क्रियाकलाप 52

उद्देश्य

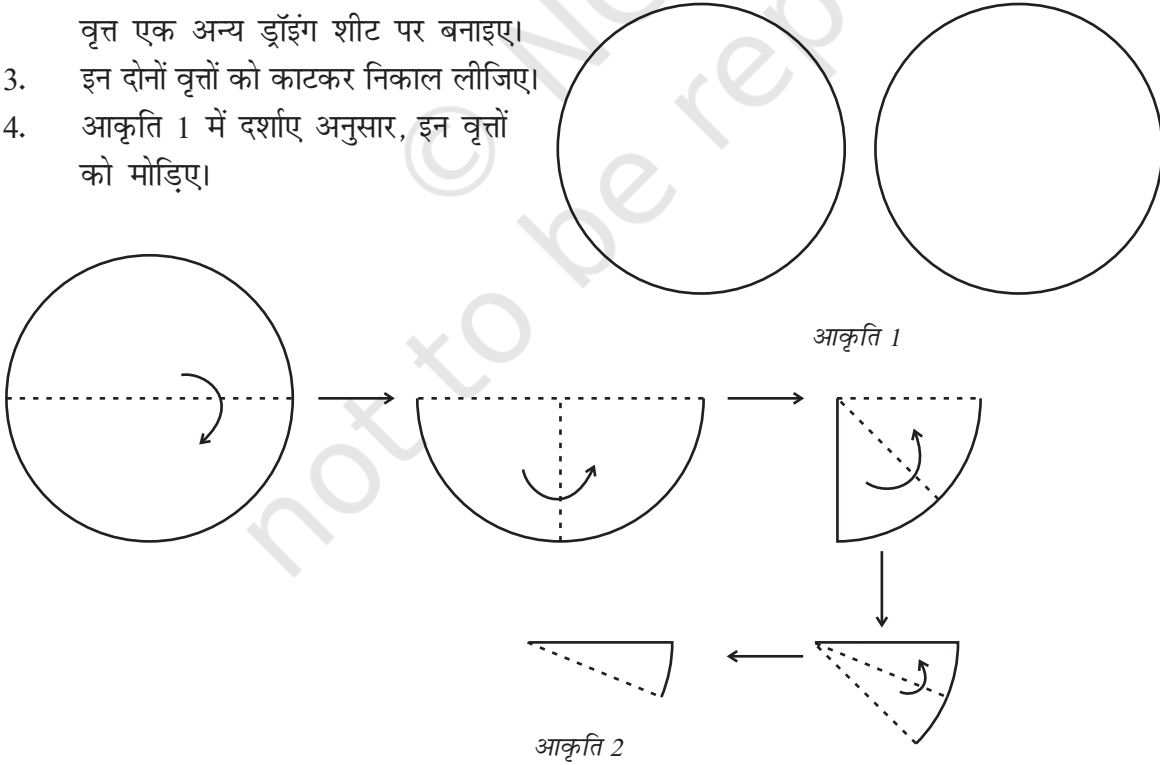
एक वृत्त के क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

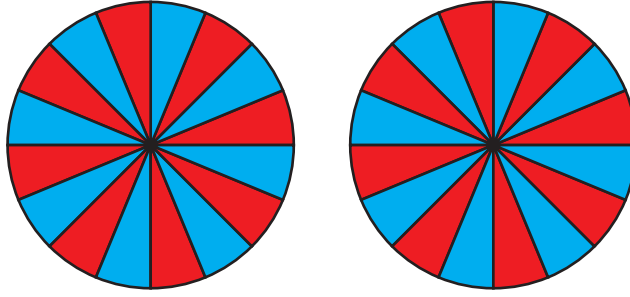
आवश्यक सामग्री

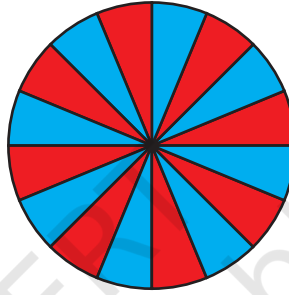
कार्डबोर्ड, सफ़ेद ड्रॉइंगशीट, परकार, पेंसिल, रंग, गोंद, कैंची, रूलर।

रचना की विधि

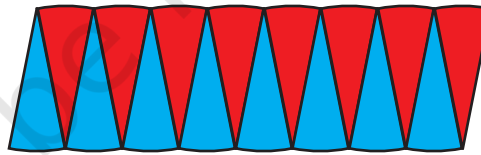
1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद शीट चिपकाइए।
2. त्रिज्या 'r' (मान लीजिए 6 cm) के दो सर्वसम वृत्त एक अन्य ड्रॉइंग शीट पर बनाइए।
3. इन दोनों वृत्तों को काटकर निकाल लीजिए।
4. आकृति 1 में दर्शाए अनुसार, इन वृत्तों को मोड़िए।

आकृति 1

आकृति 2

5. इन वृत्तों को खोल लीजिए तथा प्रत्येक के प्राप्त 16 भागों को, आकृति 2 में दर्शाए अनुसार, रंगिए।

आकृति 3

6. कार्डबोर्ड शीट पर इनमें से एक वृत्त को चिपकाइए (आकृति 3)।

आकृति 4

7. दूसरे वृत्त में सभी 16 भागों को ध्यानपूर्वक काट लीजिए।

8. इन भागों को आकृति 4 में ध्यानपूर्वक व्यवस्थित करके चिपका लीजिए।

आकृति 5

प्रदर्शन

1. आकृति 4 में प्राप्त आकार एक आयत जैसा दिखाई देता है।

2. इस आयत की लंबाई = $\frac{1}{2}$ वृत्त की परिधि

$$= \frac{1}{2} \times (2\,\pi r)$$

$$= \pi r$$

3. आयत की चौड़ाई = वृत्त की त्रिज्या = r

अत:, वृत्त का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

$= l \times b$

$= \pi r \times r$

$= \pi r^2$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

वृत्त की त्रिज्या = ________

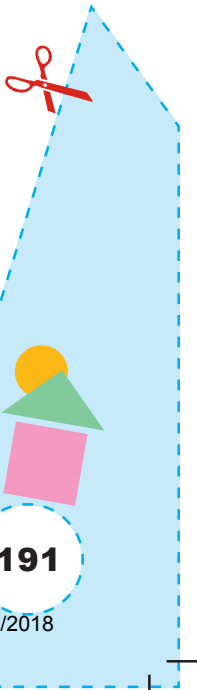
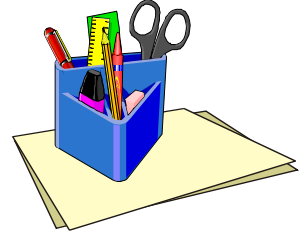
अत:, वृत्त की परिधि = ________

आकृति 4 में, आयत की लंबाई = ________

आकृति 4 में, आयत का क्षेत्रफल = ________

आकृति 2 में, वृत्त का क्षेत्रफल = ________

अनुप्रयोग

यह परिणाम किसी भी वृत्ताकार वस्तु का क्षेत्रफल ज्ञात करने में उपयोगी है।

क्रियाकलाप 53

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

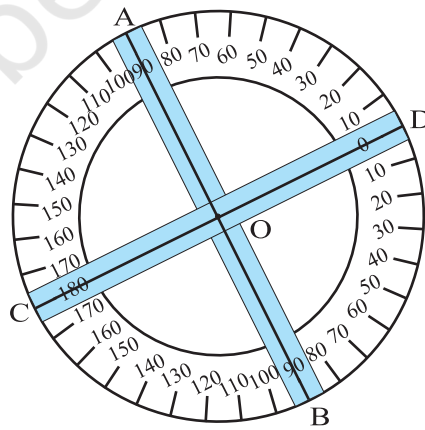
आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, दो स्ट्रॉ, 360° चाँदा, थम्बपिन, सफ़ेद कागज़।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. दो स्ट्रॉ और एक 360° चाँदे को लीजिए तथा उन्हें एक कार्डबोर्ड पर एक थम्ब पिन की सहायता से चाँदे के केंद्र पर आकृति 1 में दर्शाए अनुसार लगाइए।
3. कागज़ की चिटों या मार्कर का प्रयोग करते हुए, स्ट्रॉ के अंत बिंदुओं को A, B, C और D से अंकित कीजिए तथा चाँदे के केंद्र को O से अंकित कीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

26/04/2018

प्रदर्शन

1. स्ट्रॉओं को घुमाइए तथा विभिन्न स्थितियों में स्थिर चाँदे की सहायता से कोणों AOC, BOC, BOD और AOD को मापिए।
2. इन मापनों से, ∠AOD = ∠BOC और ∠AOC = ∠DOB प्राप्त होता है।
   इस प्रकार, हम पाते हैं कि शीर्षाभिमुख कोण बराबर हैं।

प्रेक्षण

निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

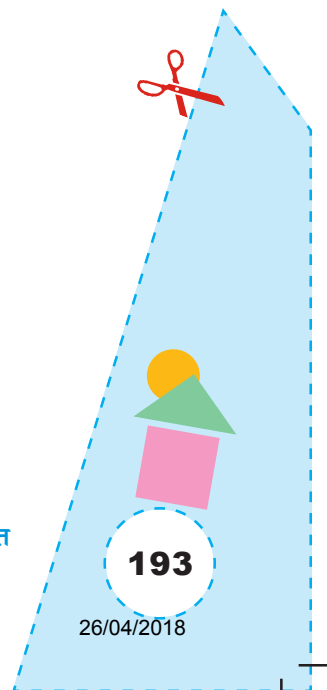
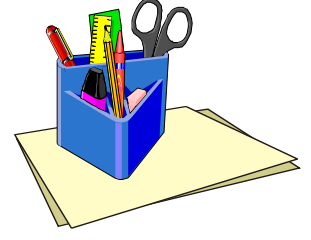
स्थिति	∠AOC	∠BOC	∠BOD	∠AOD	
1	______	______	______	______	∠AOC = ..., ∠BOC = ...
2	______	______	______	______	.... = ∠BOD, ... = ∠AOD
3	______	______	______	______	∠..... = ∠..... =, ∠..... = ∠ .....
.					
.					

इस प्रकार, शीर्षाभिमुख कोण _______ हैं।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग निम्न को स्पष्ट करने के लिए किया जा सकता है–

(i) एक रैखिक युग्म का गुण।

(ii) शीर्षाभिमुख कोणों का अर्थ।

क्रियाकलाप 54

उद्देश्य

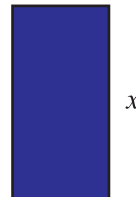
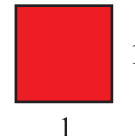
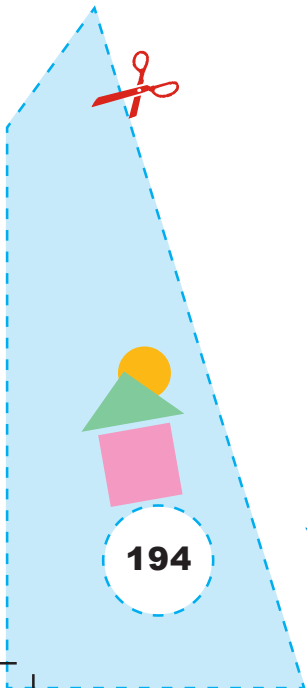
कार्डबोर्ड की विभिन्न पट्टियों का प्रयोग करते हुए, दो बीजीय व्यंजकों (बहुपदों) को जोड़ना।

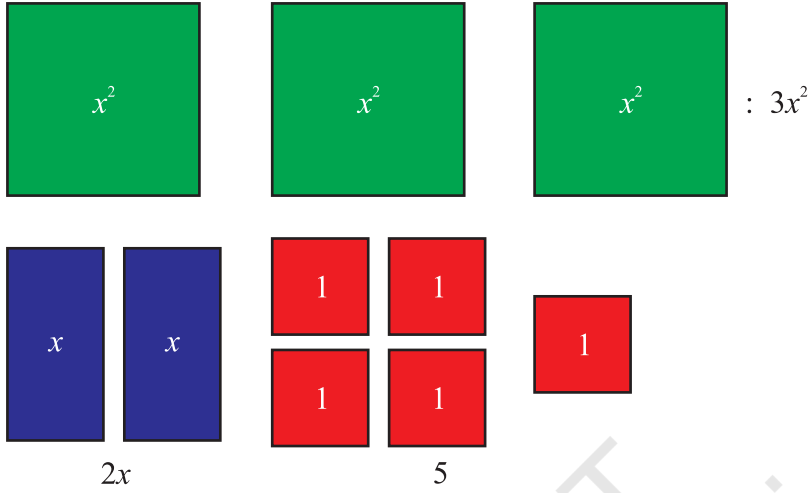
आवश्यक सामग्री

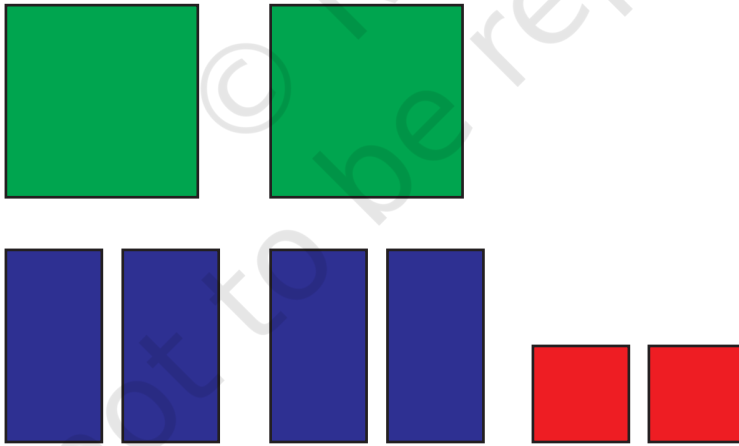
कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़ (हरा, नीला और लाल), ज्यामिति बॉक्स, कटर, गोंद, स्केच पेन।

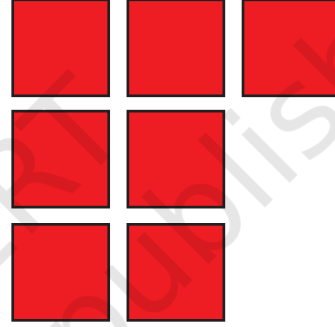
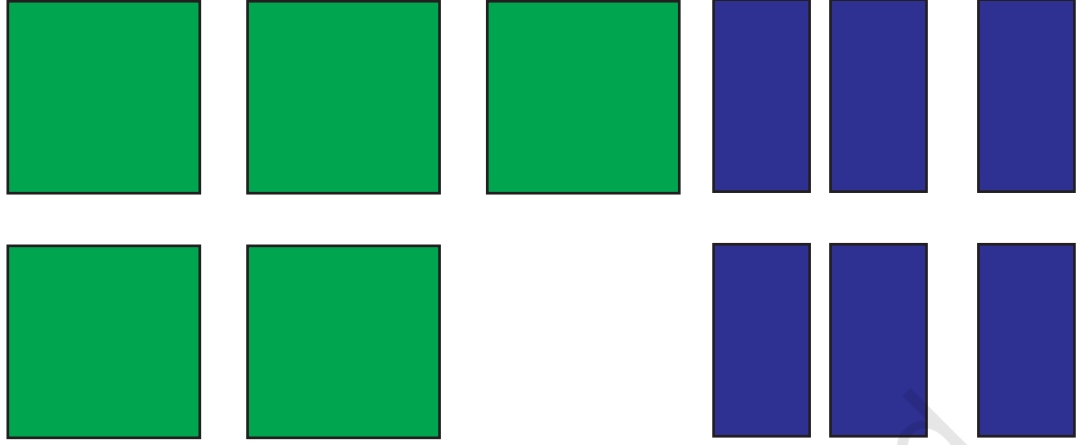
रचना की विधि

1. कार्डबोर्ड के तीन टुकड़े लीजिए और उन पर रंगीन कागज़ चिपकाइए– एक पर हरा, दूसरे पर नीला तथा तीसरे पर लाल।
2. हरे रंग वाले कार्डबोर्ड में से, भुजा x इकाई वाली बहुत-सी वर्गाकार पट्टियाँ बनाकर काट लीजिए (आकृति 1)।
3. इसी प्रकार, नीले कागज़ वाले कार्डबोर्ड पर विमाओं $x \times 1$ वाले आयत बनाइए तथा लाल कागज़ वाले कार्डबोर्ड पर विमाओं 1×1 वाले वर्ग बनाइए और इन्हें काटकर निकाल लीजिए (आकृति 2 और आकृति 3)।

आकृति 1

आकृति 2

आकृति 3

प्रदर्शन

1. बीजीय व्यंजक $3x^2 + 2x + 5$ को निरूपित करने के लिए उपरोक्त पट्टियों को आकृति 4 के अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 4

2. इसी प्रकार, चरण 1 की तरह, बीजीय व्यंजक $2x^2 + 4x + 2$ को नीचे दर्शाए अनुसार निरूपित कीजिए (आकृति 5)।

आकृति 5

3. इन दोनों व्यंजकों को जोड़ने के लिए, आकृति 4 और आकृति 5 की पट्टियों को नीचे दर्शाए अनुसार संयोजित कीजिए (आकृति 6)।

आकृति 6

4. आकृति 6 में, 5 हरी पट्टियाँ, 6 नीली पट्टियाँ और 7 लाल पट्टियाँ हैं। इससे दोनों बीजीय व्यंजकों का योग $5x^2 + 6x + 7$ निरूपित होता है।

इसी प्रकार, बीजीय व्यंजकों के कुछ अन्य युग्मों के योग ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण

1. आकृति 4 में,

(a) हरी पट्टियों की संख्या = ________

(b) नीली पट्टियों की संख्या = ________

(c) लाल पट्टियों की संख्या = ________

(d) निरूपित बीजीय व्यंजक = ________

2. आकृति 5 में,

(a) हरी पट्टियों की संख्या = ________

(b) नीली पट्टियों की संख्या = ________

(c) लाल पट्टियों की संख्या = ________

(d) निरूपित बीजीय व्यंजक = ________

2. आकृति 6 में,

(a) हरी पट्टियों की संख्या = ________

(b) नीली पट्टियों की संख्या = ________

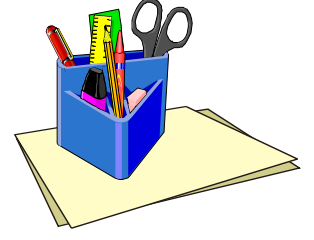
(c) लाल पट्टियों की संख्या = ________

(d) निरूपित बीजीय व्यंजक = ________

इस प्रकार $(3x^2 + 2x + 5) + (2x^2 + 4x + 2) =$ ________ + ________ + ________

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप दो बीजीय व्यंजकों के जोड़ने की अवधारणा तथा समान और असमान पदों को स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है।

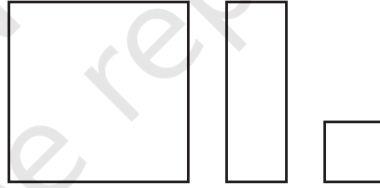
क्रियाकलाप 55

उद्देश्य

एक बहुपद में से दूसरे बहुपद को घटाना [उदाहरणार्थ $(2x^2 + 5x - 3) - (x^2 - 2x + 4)$]

आवश्यक सामग्री

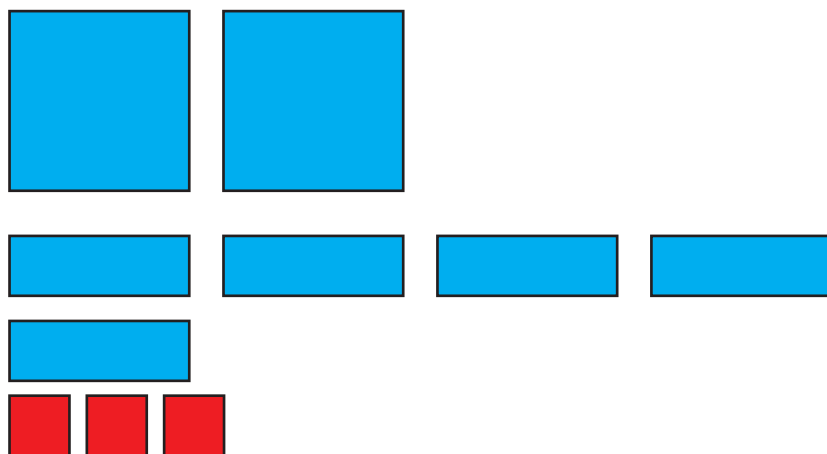
नीले और लाल रंग, कैंची, रूलर, रबड़, सफ़ेद चार्ट पेपर।

रचना की विधि

1. विमाओं 3 cm × 3 cm, 3 cm × 1 cm और 1 cm × 1 cm वाले पर्याप्त संख्याओं में कट आउट बनाइए, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

2. प्रत्येक आकार के एक ओर लाल रंग करिए तथा दूसरी ओर नीला रंग करिए।

3. मान लीजिए कि नीले रंग का 3 cm × 3 cm माप वाला कट आउट x^2 निरूपित करता है, 3 cm × 1 cm माप वाला कट आउट x निरूपित करता है तथा 1 cm × 1 cm माप वाला कट आउट +1 निरूपित करता है।

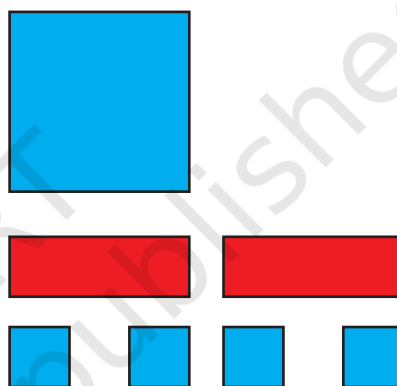
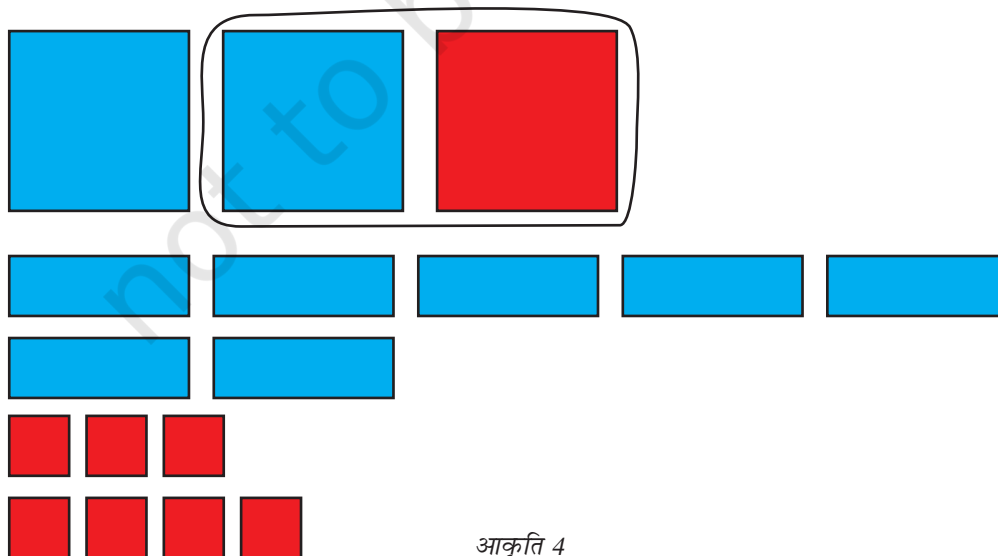
4. इस प्रकार, मान लीजिए कि संगत लाल रंग वाले कट आउट क्रमश: $-x^2$, $-x$ और -1 निरूपित करते हैं।

आकृति 2

प्रदर्शन

आकृति 3

1. आकृति 2 में बहुपद $2x^2 + 5x - 3$ को निरूपित किया गया है।
2. बहुपद $x^2 - 2x + 4$ आकृति 3 में, निरूपित किया गया है।
3. बहुपद $x^2 - 2x + 4$ को $2x^2 + 5x - 3$ में से घटाने के लिए, आकृति 3 के प्रत्येक कट आउट को उलट दीजिए तथा इन्हें आकृति 4 में दर्शाए अनुसार आकृति 2 के कट आउटों के साथ रखिए।
4. एक नीले कट आउट को समान माप वाले लाल रंग के कट आउट के साथ मिलान करके काट दीजिए (यदि कोई है तो), जैसा कि आकृति 4 में दर्शाया गया है।

आकृति 4

26/04/2018

5. बचे हुए कट आउट बहुपद $x^2 + 7x - 7$ को निरूपित करते हैं।

6. अतः, $(2x^2 + 5x - 3) - (x^2 - 2x + 4) = x^2 + 7x - 7$ है।

इस परिणाम की जाँच उपयुक्त क्रियाकलापों द्वारा निम्नलिखित को ज्ञात करके की जा सकती है –

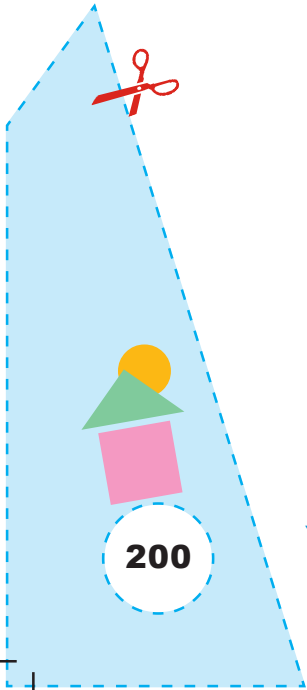
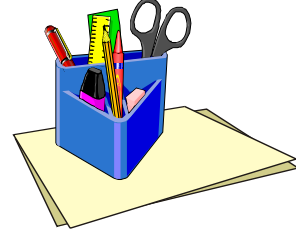
(i) $(x^2 + 7x - 7) + (x^2 - 2x + 4) = 2x^2 + 5x - 3$

(ii) $(2x^2 + 5x - 3) - (x^2 + 7x - 7) = x^2 - 2x + 4$

प्रेक्षण

1. आकृति 2 में निरूपित बहुपद __________ है।
2. आकृति 3 में निरूपित बहुपद __________ है।
3. आकृति 4 में निरूपित बहुपद __________ है।
4. अतः, $(2x^2 + 5x - 3) - (x^2 - 2x - 1)$ = ___ + ___ –7

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप बहुपदों के घटाने की संक्रिया को स्पष्ट करने के उपयोगी है तथा समान और असमान पदों की अवधारणाओं को समझाने के लिए भी उपयोगी है।

क्रियाकलाप 56

उद्देश्य

आँकड़े एकत्रित करना तथा उन्हें एक दंड आलेख द्वारा निरूपित करना।

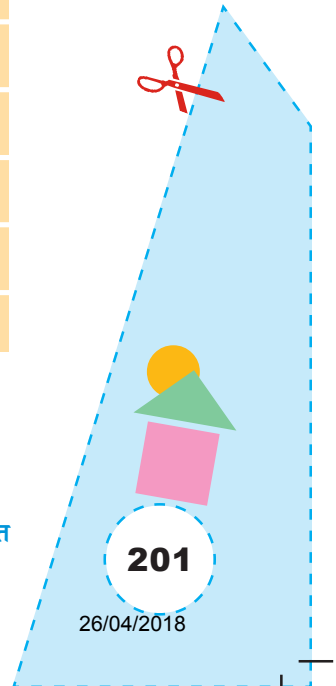
आवश्यक सामग्री

अंग्रेज़ी की पाठ्यपुस्तक, पेन/पेंसिल, आलेख कागज़/ग्रिड पेपर, विभिन्न रंग, रूलर, कार्डबोर्ड।

रचना की विधि

1. कक्षा को 4 या 5 विद्यार्थियों के समूहों में विभाजित कीजिए।
2. एक समूह के एक विद्यार्थी को अंग्रेज़ी की पाठ्यपुस्तक का कोई पन्ना यादृच्छिक रूप से खोलने दीजिए तथा यह गिनने दीजिए कि उस पन्ने पर विभिन्न स्वर a, e, i, o, u कितनी बार आए हैं। गिनकर इस संख्या को रिकॉर्ड कर लिया जाए।
3. समूह के अन्य सदस्य स्वरों को गिनने में उसकी सहायता करेंगे। प्रत्येक समूह प्राप्त आँकड़ों को निम्न सारणी के रूप में रिकॉर्ड करे–

स्वर	मिलान चिह्न	उस पन्ने पर स्वर के आने की संख्या
a		
e		
i		
o		
u		
		योग

4. एक कार्डबोर्ड लेकर उस पर ग्रिड पेपर चिपकाइए।

5. एक बिंदु, मान लीजिए O से होती हुई दो परस्पर लंब रेखाएँ खींचिए।

6. क्षैतिज अक्ष के अनुदिश 'स्वर' लिखिए तथा ऊर्ध्वाधर अक्ष के अनुदिश 'स्वर के आने की संख्या (बारंबारता)' लिखिए।

7. प्रत्येक स्वर के संगत उसकी बारंबारता के अनुसार एक दंड आलेख खींचिए।

8. सभी दंडों में अलग-अलग रंग भरिए।

प्रदर्शन

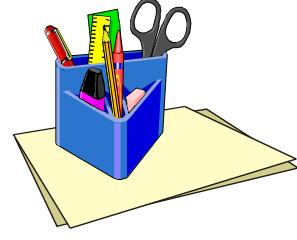
1. उपरोक्त प्राप्त सारणी स्वरों का एक बारंबारता बंटन है।

2. उपरोक्त चरण 6 में दंड खींचने के बाद प्राप्त आलेख एक दंड आलेख है, जो एक पन्ने पर विभिन्न स्वरों के आने की संख्याओं को निरूपित करता है।

यह क्रियाकलाप सभी समूहों द्वारा किया जाएगा तथा प्रत्येक समूह द्वारा अलग-अलग दंड आलेख खींचे जा सकते हैं।

प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा एकत्रित आँकड़ों को मिलाकर पूरी कक्षा के लिए आँकड़े बनाए जा सकते हैं और उनका एक दंड आलेख खींचा जा सकता है।

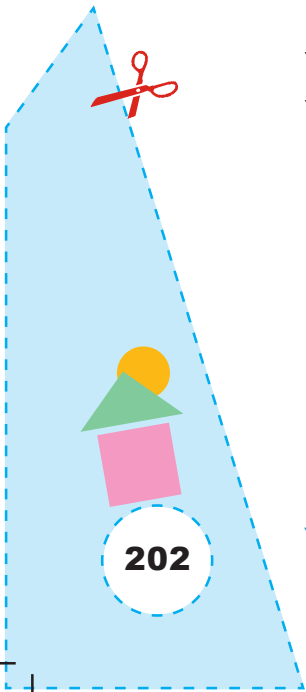
प्रेक्षण

अधिकतम बार आने वाला स्वर ____________ है।

न्यूनतम बार आने वाला स्वर ____________ है।

आँकड़ों का बहुलक ____________ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग आँकड़ों, बारंबारता बंटन, दंड आलेख और आँकड़ों के बहुलक के अर्थों को समझने के लिए किया जा सकता है।

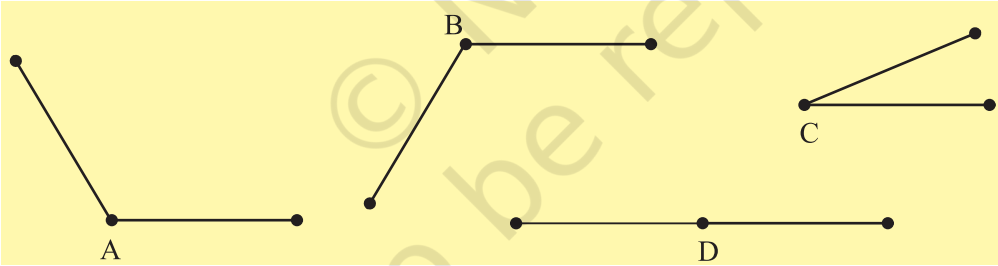
क्रियाकलाप 57

उद्देश्य

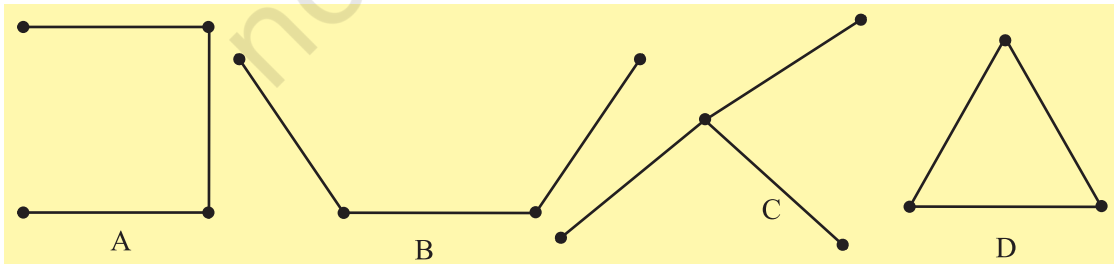
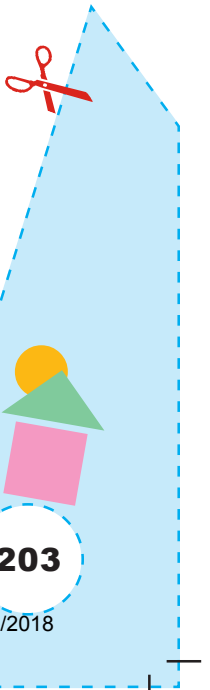
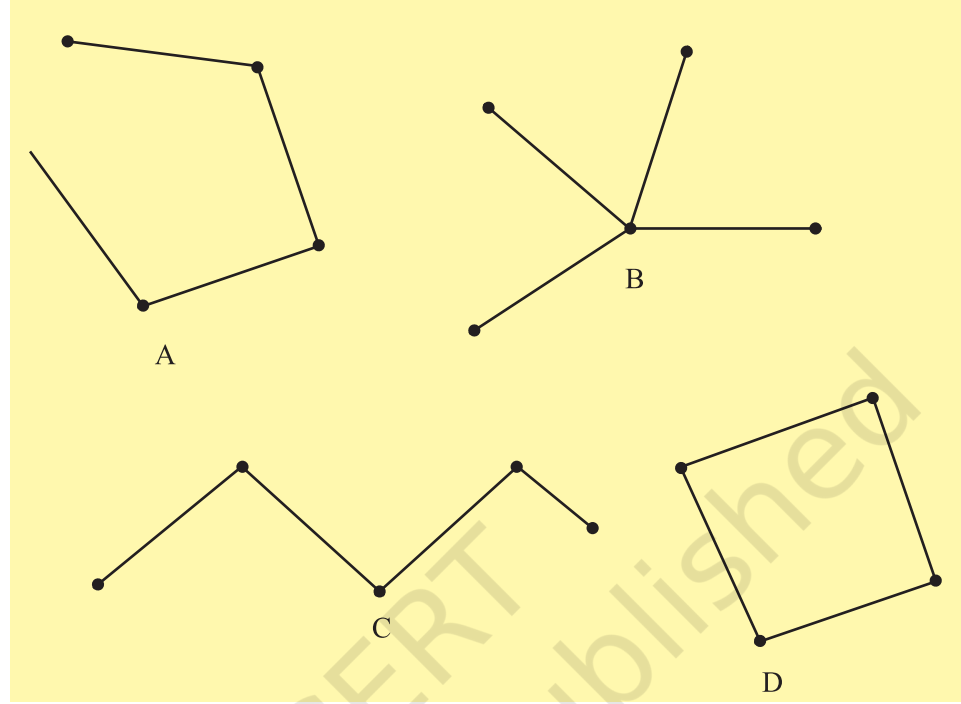
यह सत्यापित करना कि एक बहुभुज की रचना करने के लिए न्यूनतम तीन भुजाओं की आवश्यकता है।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, तीलियाँ, गोंद, रंगीन कागज़

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक रंगीन कागज़ चिपकाइए।
2. दो तीलियों को लीजिए तथा उन्हें सिरे-से-सिरा मिलाकर विभिन्न स्थितियों में रखिए। कुछ स्थितियाँ आकृति 1 में दर्शायी गई हैं।

आकृति 1

3. तीन तीलियों को लीजिए तथा उन्हें विभिन्न स्थितियों में रखिए। कुछ स्थितियाँ आकृति 2 में दर्शायी गई हैं।

आकृति 2

4. चार तीलियों को लीजिए तथा उन्हें विभिन्न स्थितियों में रखने का प्रयास कीजिए। कुछ स्थितियाँ आकृति 3 में दर्शायी गई हैं।

आकृति 3

5. और अधिक तीलियाँ लेकर, इस क्रियाकलाप को दोहराइए।

प्रदर्शन

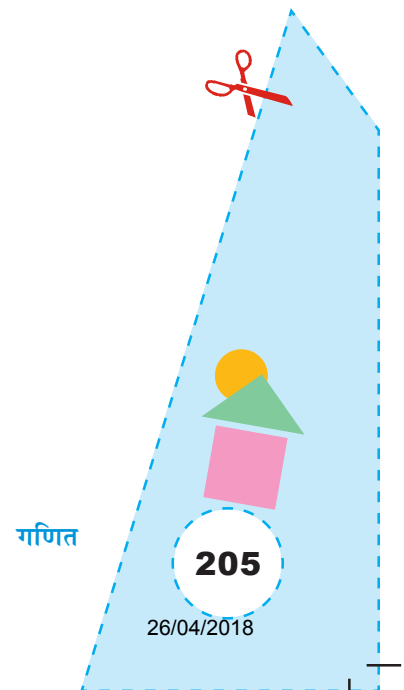
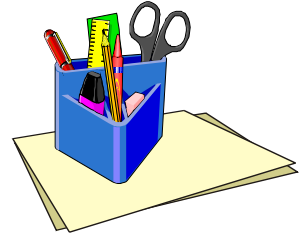
1. दो तीलियों से कोई बंद आकृति नहीं बनती है।
2. तीन तीलियों से एक बंद आकृति बन जाती है।
3. चार तीलियों से एक बंद आकृति बन जाती है।
4. पाँच तीलियों से एक बंद आकृति बन जाती है।

प्रेक्षण

1. तीन तीलियों (रेखाखंडों) से बनी बंद आकृति एक बहुभुज है, जो ________ कहलाती है।
2. चार रेखाखंडों से बनी बंद आकृति एक बहुभुज है, जो ________ कहलाती है।
3. पाँच रेखाखंडों से बनी बंद आकृति एक बहुभुज है, जो ________ कहलाती है।

4. ________ तीलियों (रेखाखंडों) से कोई बहुभुज नहीं बनती है। इस प्रकार, एक बहुभुज को बनाने के लिए न्यूनतम ________ रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप किसी बहुभुज की रचना को समझने में उपयोगी है।

क्रियाकलाप 58

उद्देश्य

कागज़ मोड़कर एक त्रिभुज की माध्यिकाएँ बनाना।

आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज़, पेंसिल, कार्डबोर्ड, कैंची, गोंद, रूलर।

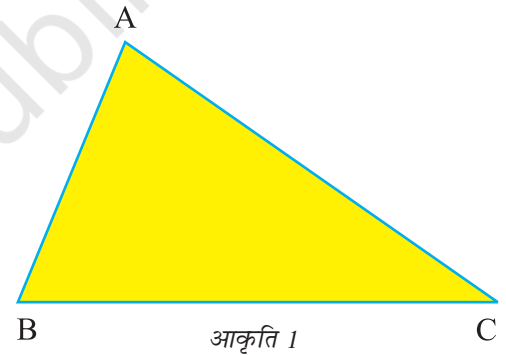
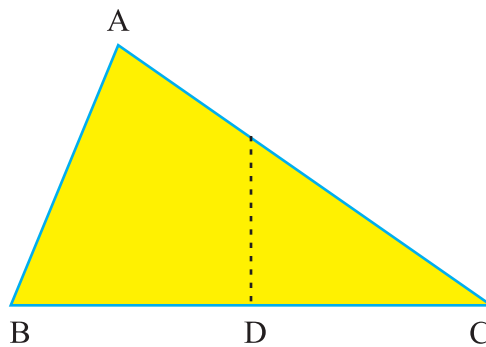
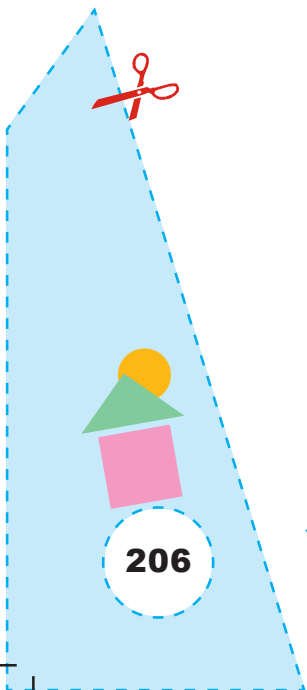
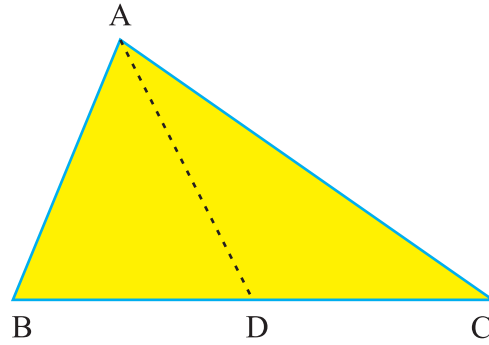
रचना की विधि

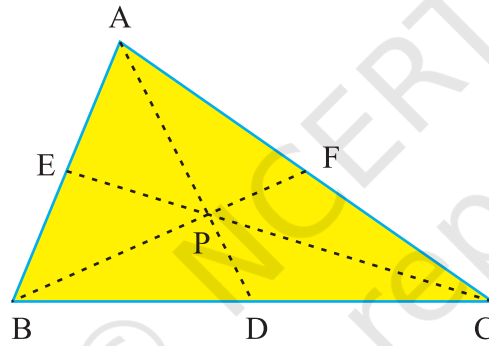
1. कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक त्रिभुज ABC खींचिए। इसे काटकर निकाल लीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

2. कागज़ को इस प्रकार मोड़कर कि बिंदु B बिंदु C पर गिरे, भुजा BC का मध्य-बिंदु प्राप्त कीजिए। इस मध्य-बिंदु को D द्वारा नामांकित कीजिए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

26/04/2018

3. त्रिभुज को इस प्रकार मोड़िए कि मोड़ का निशान A और D से होकर जाए। कागज़ को खोलिए तथा मोड़ के निशान को पेंसिल से आकृति 3 में दर्शाए अनुसार चिह्नित कीजिए।

आकृति 3

4. इसी प्रकार, कागज़ मोड़कर भुजाओं AB और AC के क्रमशः मध्य-बिंदु E और F प्राप्त कीजिए। CE और BF को कागज़ मोड़कर मिलाइए (आकृति 4)।

आकृति 4

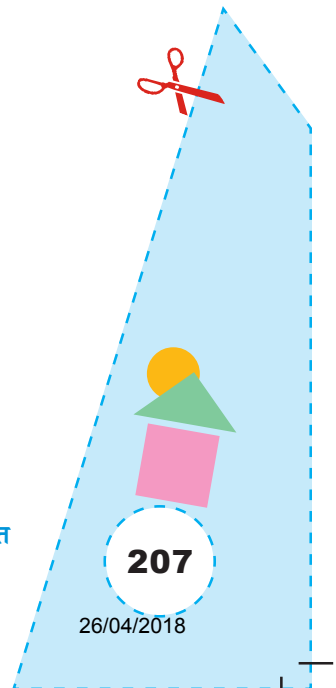
प्रदर्शन

1. AD, BF और CE त्रिभुज Δ ABC की माध्यिकाएँ हैं।
2. ये एक बिंदु P पर मिलती है।

प्रेक्षण

1. सेंटीमीटरों में वास्तविक मापन द्वारा–

   BD = __________, CD = ____________

   BE = __________, AE = ____________

CF = __________, AF = __________

AD = __________, PD = __________

CP = __________, PE = __________

BP = __________, PF = __________

BD = __________, CD = __________

$$\frac{AP}{AD} = \frac{BP}{PF} = \frac{CP}{PE} = __________$$

2. तीनों माध्यिकाएँ एक ही बिंदु पर मिलती हैं।

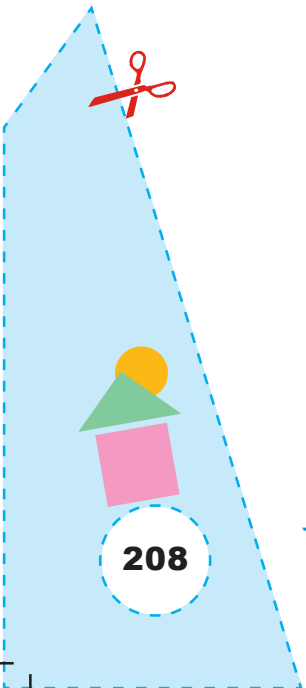
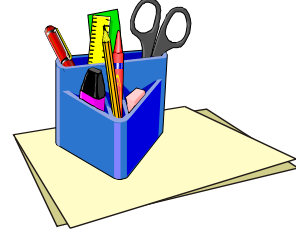
3. यह बिंदु त्रिभुज के अभ्यंतर में स्थित है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप त्रिभुज की माध्यिकाओं के अर्थ को समझने में उपयोगी रहता है तथा यह परिणाम जानने में भी उपयोगी है कि त्रिभुज की माध्यिकाएँ एक ही बिंदु पर मिलती हैं, जो प्रत्येक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

टिप्पणी

1. इस क्रियाकलाप को समकोण त्रिभुज और अधिक कोण त्रिभुज लेकर भी कीजिए। इनमें भी माध्यिकाएँ त्रिभुज के अभ्यंतर में ही मिलती हैं।

क्रियाकलाप 59

उद्देश्य

एक समचतुर्भुज के क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

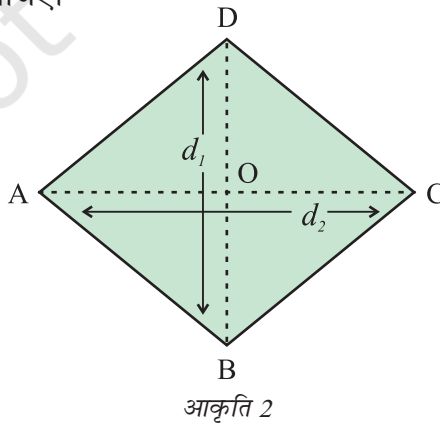
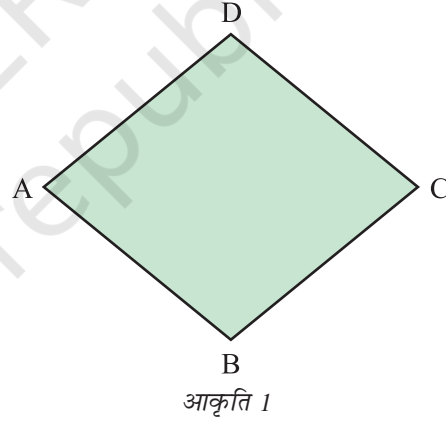
रंगीन कागज़, गोंद, कैंची, कार्डबोर्ड, पेन/पेंसिल, कलर।

रचना की विधि

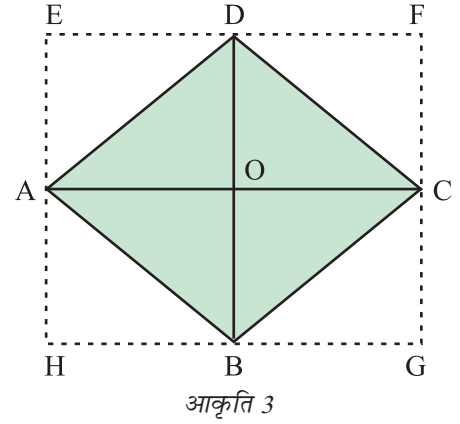
1. एक रंगीन कागज़ लेकर उस पर कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक समचतुर्भुज बनाइए या कागज़ पर एक समचतुर्भुज खींचिए।
2. इसे काटकर निकाल लीजिए और इसे एक कार्डबोर्ड पर चिपकाइए तथा इसे ABCD द्वारा नामांकित कीजिए (आकृति 1)।
3. इस आकृति की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए।
4. इस ट्रेस प्रतिलिपि को मोड़कर इसके विकर्ण AC और BD प्राप्त कीजिए तथा इसे AC और BD के अनुदिश काटकर चार त्रिभुज आकृति 2 में दर्शाए अनुसार प्राप्त कीजिए।

आकृति 1

आकृति 2

5. ΔDOC, ΔDOA, ΔAOB और ΔBOC की प्रतिलिपियाँ बनाइए।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. त्रिभुजों की प्रतिलिपियों को आकृति 3 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।
2. EFGH एक आयत है।
3. विकर्ण AC आयत EFGH की लंबाई के बराबर है।
4. विकर्ण DB आयत EFGH की चौड़ाई के बराबर है।
5. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आयत EFGH का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ लंबाई $\times$ चौड़ाई

$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

d_1 = ______, d_2 = ______

अतः, $d_1 \times d_2$ = ______, $\frac{d_1 \times d_2}{2}$ = ______

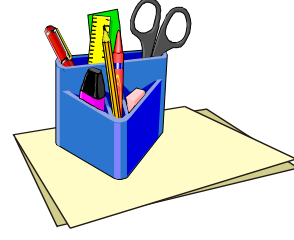
आयत EFGH का क्षेत्रफल = ______

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आयत का क्षेत्रफल =

$= \frac{1}{2} d_1 \times$ ______

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का प्रयोग एक समचतुर्भुज के क्षेत्रफल के सूत्र को स्पष्ट करने के लिए किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 60

उद्देश्य

किसी भी समकोण त्रिभुज के लिए पाइथागोरस प्रमेय को सत्यापित करना।

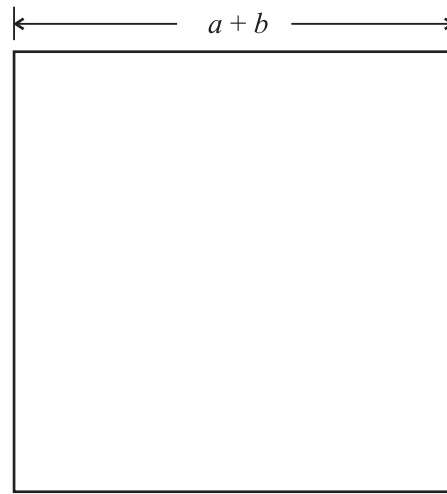
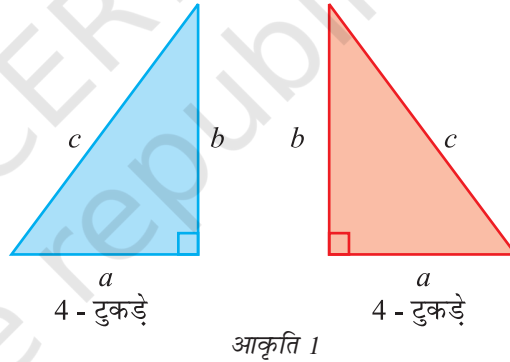
आवश्यक सामग्री

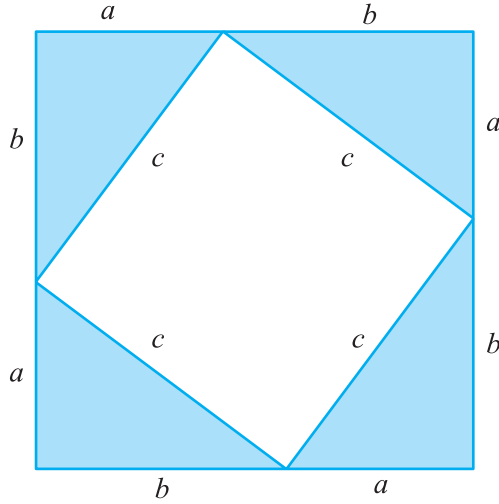
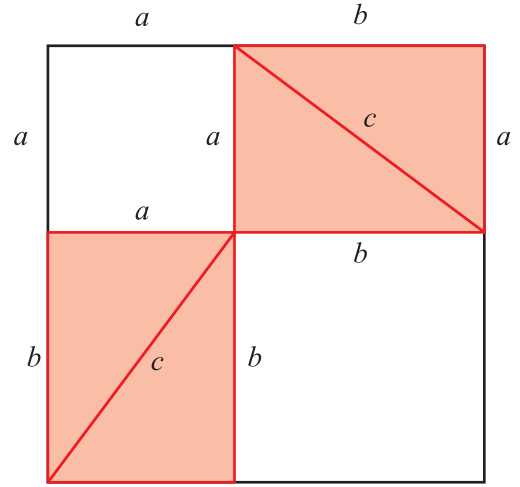
कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़, गोंद, कैंची, स्केच पेन, ट्रेसिंग पेपर, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड का टुकड़ा लीजिए और उस पर सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. सुविधाजनक माप a, b और c (मान लीजिए 3 cm, 4 cm, 5 cm) भुजाओं वाले आठ सर्वसम त्रिभुजों के कट आउट बनाइए, जिनमें चार एक रंग (मान लीजिए नीले) के हों तथा चार दूसरे रंग (मान लीजिए लाल) के हों (आकृति 1)।
3. भुजाओं $a + b$ वाले दो सर्वसम वर्ग बनाइए (आकृति 2)।

आकृति 1

आकृति 2

प्रदर्शन

1. नीले रंग के चार त्रिभुजों को दोनों वर्गों में से एक वर्ग में आकृति 3 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 3

आकृति 4

2. दूसरे चार समकोण त्रिभुजों को दूसरे वर्ग में व्यवस्थित कीजिए जैसे कि आकृति 4 में दर्शाया गया है।

3. आकृति 3 में, $(a + b)$ वाले वर्ग में चारों त्रिभुजों को व्यवस्थित करने पर, भुजा c का वर्ग बचता है।

4. आकृति 4 में, $a + b$ वाले वर्ग में, चारों त्रिभुजों को व्यवस्थित करने पर, बचा हुआ भाग, भुजा a और भुजा b के वर्गों से मिलकर बना है।

5. इससे प्रदर्शित होता है कि $c^2 = a^2 + b^2$ है।

प्रेक्षण

(सेंटीमीटरों में), वास्तविक मापन द्वारा–

1. a = ____, b = ____, c = ____

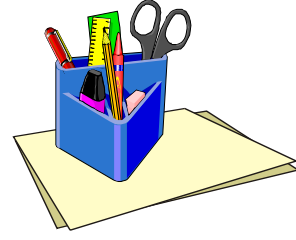
2. अतः, a^2 = ____, b^2 = ____, c^2 = ____

3. $a^2 + b^2$ = ____

अनुप्रयोग

1. जब भी समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाओं में से दो भुजाएँ दी हों, तो पाइथागोरस प्रमेय द्वारा तीसरी भुजा ज्ञात की जा सकती है।

2. पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग सीढ़ी और दीवार, ऊँचाई और दूरी इत्यादि से संबंधित समस्याओं को हल करने में किया जा सकता है।

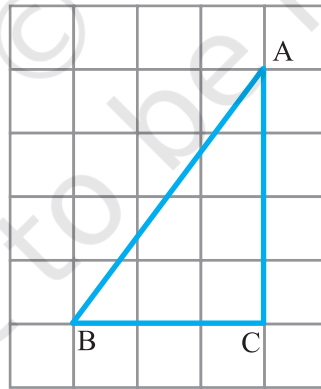
क्रियाकलाप 61

उद्देश्य

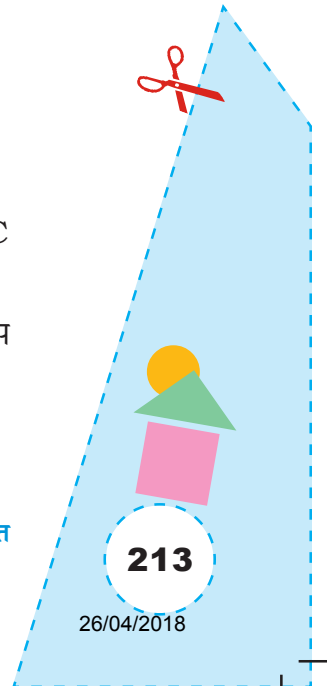
एक ग्रिड पेपर का प्रयोग करके पाइथागोरस प्रमेय का सत्यापन करना।

आवश्यक सामग्री

एक ग्रिड पेपर, कार्डबोर्ड, पेन/पेंसिल, विभिन्न रंगों के स्केच पेन, गोंद, कैंची, रूलर।

रचना की विधि

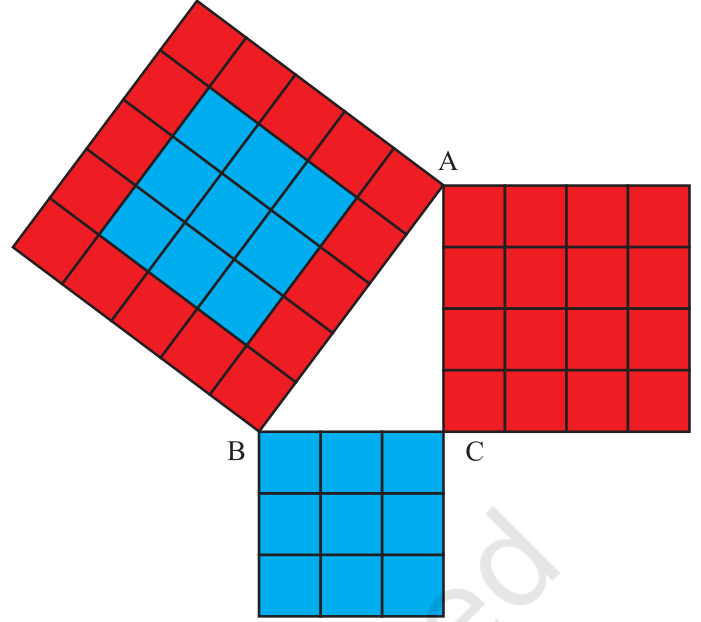
1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक ग्रिड पेपर चिपकाइए।
2. आकृति 1 में दर्शाए अनुसार, भुजाओं 3 cm, 4 cm और 5 cm वाला एक समकोण त्रिभुज ABC खींचिए।

आकृति 1

3. भुजाओं AB, BC और CA पर वर्ग खींचिए। AC पर बने वर्ग को लाल रंग से रंगिए तथा BC पर बने वर्ग को नीले रंग से।
4. AC पर बने वर्ग का एक कट आउट बनाइए तथा इसके 16 इकाई वर्गों को पट्टियों के रूप में बाहर निकाल लीजिए, जिनमें से प्रत्येक में 4 इकाई वर्ग हों।
5. भुजा BC पर बने वर्ग का एक कट आउट बनाइए।

प्रदर्शन

आकृति 2

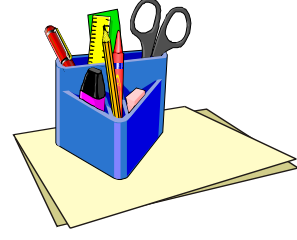
1. 16 इकाई वर्गों (लाल) को AC पर बने वर्ग की भुजाओं के अनुदिश आकृति 2 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

2. BC पर बने वर्ग (नीले) AB पर बने वर्ग के शेष भाग पर रखिए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

3. अब AB पर बना वर्ग 16 इकाई वर्गों (लाल) और 9 इकाई वर्गों (नीले) से पूर्णतया ढँक जाता है।

4. AC पर बने वर्ग का क्षेत्रफल + BC पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = AB पर बने वर्ग का क्षेत्रफल

   अर्थात् $AC^2 + BC^2 = AB^2$

प्रेक्षण

भुजा AC पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = _____ वर्ग इकाई

भुजा BC पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = _____ वर्ग इकाई

AB पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा ____ पर बने वर्ग का क्षेत्रफल + भुजा ____ पर बने वर्ग का क्षेत्रफल

$AB^2 = AC^2 +$ ____

अनुप्रयोग

1. जब भी किसी समकोण त्रिभुज की दो भुजाएँ दी हों, तो इस परिणाम का प्रयोग करके उसकी तीसरी भुजा ज्ञात कीजिए।

2. पाइथागोरस प्रमेय समकोण त्रिभुजों से संबंधित समस्याओं, जैसे सीढ़ी और खिड़की वाली समस्याएँ हल करने में सहायक है।

क्रियाकलाप 62

उद्देश्य

एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज के लिए, पाइथागोरस प्रमेय को सत्यापित करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कागज़ की शीटें, गोंद, कैंची, स्केच पेन, पेंसिल, ट्रेसिंग पेपर, ज्यामिती बाक्स।

रचना की विधि

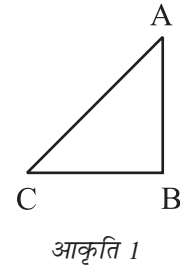
1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड का टुकड़ा लीजिए और उस पर सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।

2. एक कागज़ पर एक उपयुक्त माप का समद्विबाहु समकोण त्रिभुज खींचिए और इसे काटकर निकाल लीजिए। इस त्रिभुज को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए और इसका नाम ABC रखिए (आकृति 1)।

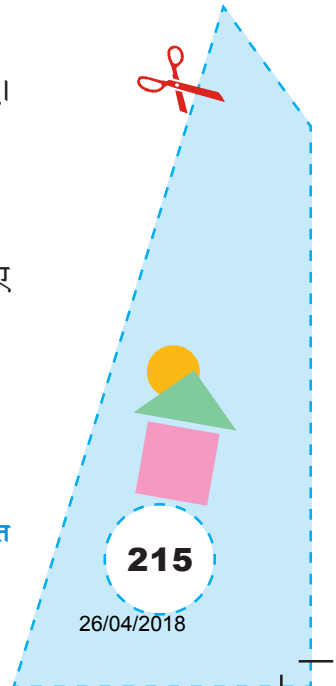
आकृति 1

3. भुजाओं AB, BC और AC पर वर्ग बनाइए। (आकृति 1)।

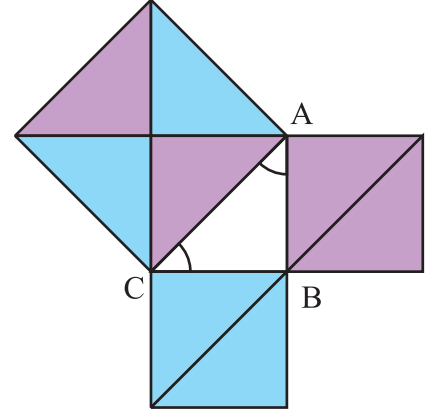
4. भुजाओं AB और BC पर बने वर्गों के कट आउट, ट्रेसिंग पेपर का प्रयोग करते हुए, दो विभिन्न रंगों (मान लीजिए नीला और लाल) में बनाइए।

5. इनमें से प्रत्येक वर्ग को एक विकर्ण के अनुदिश काटकर चार समकोण त्रिभुज प्राप्त कीजिए।

प्रदर्शन

1. त्रिभुजों के इन कट आउटों को त्रिभुज की भुजा AC पर बने वर्ग पर, आकृति 2 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

2. ये चारों कट आउट भुजा AC पर बने वर्ग को पूर्णतया ढँक लेते हैं।

3. AC पर बना वर्ग दो नीले समद्विबाहु समकोण त्रिभुजों और दो लाल समद्विबाहु समकोण त्रिभुजों से मिलकर बना है।

4. AC पर बना वर्ग =AB पर बना वर्ग + BC पर बना वर्ग या

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

आकृति 2

प्रेक्षण

(सेंटीमीटरों में), वास्तविक मापन द्वारा–

1. AB = ____, BC = ____

CA = ____

अतः, AB^2 = ____, BC^2 = ____

CA^2 = ____

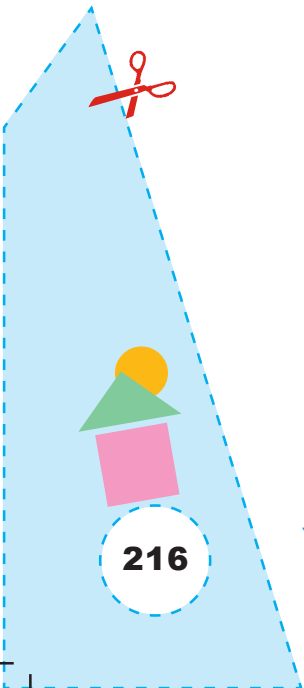
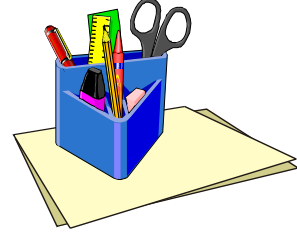
$AB^2 + BC^2$ = ____

अनुप्रयोग

1. जब भी किसी समकोण त्रिभुज की दो भुजाएं दी हों, तो उसकी तीसरी भुजा पाइथागोरस प्रमेय से ज्ञात की जा सकती है।

2. पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग सीढ़ी और दीवार, ऊँचाई और दूरी इत्यादि समस्याओं को हल करने में किया जा सकता है।

टिप्पणी

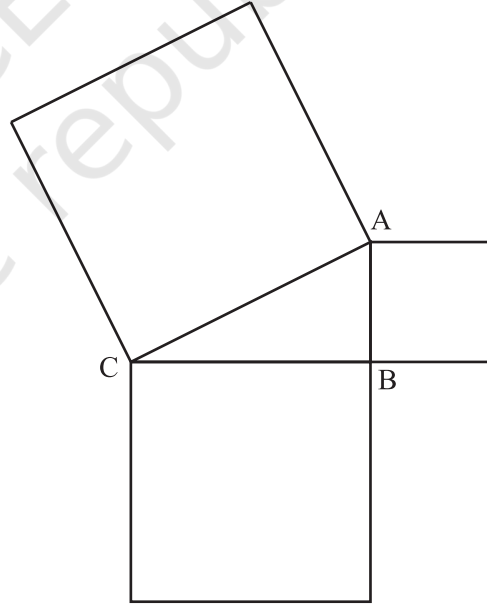
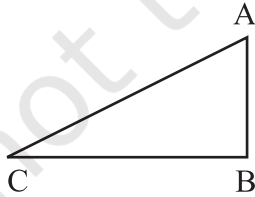
1. इस क्रियाकलाप को 45° – 45° – 90° के सेट स्क्वायरों को प्रयोग करके भी किया जा सकता है।

उद्देश्य

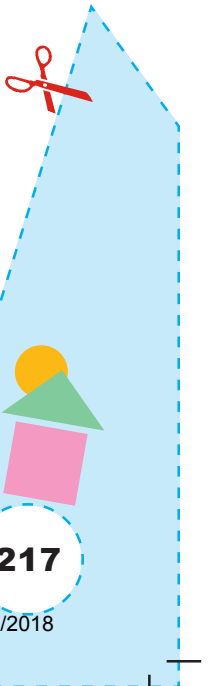
एक 30° कोण वाले समकोण त्रिभुज के लिए पाइथागोरस प्रमेय को सत्यापित करना।

आवश्यक सामग्री

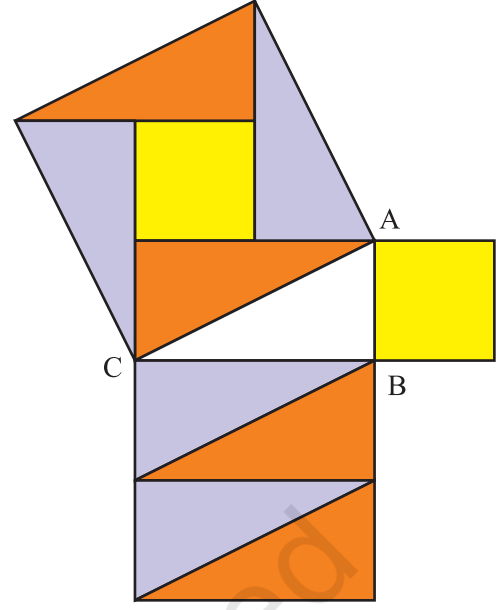
कार्डबोर्ड, कागज़ की शीटें, गोंद, कैंची, स्केच पेन/पेंसिल, ट्रेसिंग पेपर, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड का टुकड़ा लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक कागज़ पर, एक 30° कोण वाला एक उपयुक्त माप का समकोण त्रिभुज खींचिए और उसे काटकर निकाल लीजिए। इस काटे हुए त्रिभुज को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए और इसका नाम ABC रखिए।
3. इस त्रिभुज की भुजाओं AB, BC और AC पर, आकृति 1 में दर्शाए अनुसार वर्ग खींचिए।

आकृति 1

4. भुजाओं AC और BC पर बने वर्गों के कट आउट बनाइए। BC पर बने वर्ग के कट आउट को कागज़ मोड़कर, काटकर चार सर्वसम त्रिभुजों में विभाजित कीजिए, जैसा आकृति 2 में दर्शाया गया है।

प्रदर्शन

आकृति 2

1. इन चारों त्रिभुजों और AB पर बने वर्ग को भुजा AC पर बने वर्ग पर आकृति 2 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।
2. ये चारों त्रिभुजों के कट आउट और AB पर बना वर्ग त्रिभुज ABC की भुजा AC पर बने वर्ग को ठीक-ठीक ढँक लेते हैं।
3. AC पर बना वर्ग चारों सर्वसम समकोण त्रिभुजों और AB पर बने वर्ग से मिलकर बना है।
4. AC पर बना वर्ग = BC पर बना वर्ग + AB पर बना वर्ग

   या $AC^2 = BC^2 + AB^2$

अनुप्रयोग

(सेंटीमीटरों में) वास्तविक मापन द्वारा–

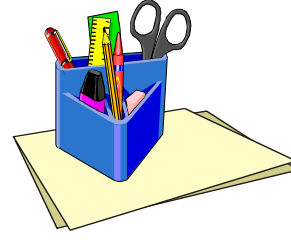
1. AB = ____, BC = ____, CA = ____
2. AB^2 = ____, BC^2 = ____, CA^2 = ____
3. $AB^2 + BC^2$ = ____, BC^2 = ____ + ____
4. $AB^2 + BC^2$ = ___

अनुप्रयोग

1. जब भी समकोण त्रिभुज की दो भुजाएँ दी हों, तो उसकी तीसरी भुजा पाइथागोरस प्रमेय द्वारा ज्ञात की जा सकती है।
2. पाइथागोरस प्रमेय सीढ़ी और दीवार, ऊँचाई और दूरी, इत्यादि से संबंधित प्रश्नों को हल करने में प्रयोग की जा सकती है।

टिप्पणी

1. यह क्रियाकलाप $30° – 60° – 90°$ सेट स्कवायरों और छोटी भुजा पर बने एक वर्ग का प्रयोग करके भी किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 64

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि यदि दो समांतर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा प्रतिच्छेद करे, तो

(i) संगत कोणों के युग्म बराबर होते हैं।

(ii) एकांतर अंतः कोणों के युग्म बराबर होते हैं।

(iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों के युग्म संपूरक होते हैं।

आवश्यक सामग्री

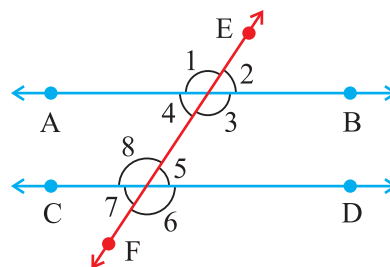
एक ड्रॉइंग बोर्ड, पेन, गोंद, चार्ट पेपर/चिकना कागज़।

रचना की विधि

1. एक ड्रॉइंग बोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद चार्ट पेपर चिपकाइए।
2. एक रूलर लीजिए और उसे ड्रॉइंग बोर्ड पर रखकर दो समांतर रेखाएँ AB और CD खींचिए, जैसा आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

3. दोनों रेखाओं AB और CD को प्रतिच्छेद करती हुई एक तिर्यक रेखा खींचिए।
4. इस प्रकार बने कोणों को $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ और $\angle 8$ के रूप में अंकित कीजिए (देखिए आकृति 2)।
5. इन कोणों के कट आउट बनाइए।

आकृति 2

प्रदर्शन

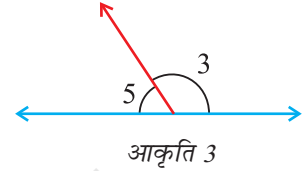
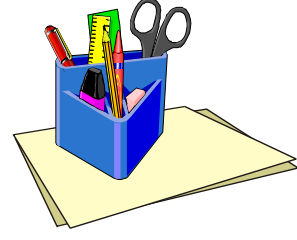
1. $\angle 8$ पर $\angle 1$ का कट आउट रखिए तथा देखिए कि क्या $\angle 1 = \angle 8$ है। इसी प्रकार, $\angle 2$ के कट आउट को $\angle 5$ पर रखिए तथा देखिए कि क्या $\angle 2 = \angle 5$ है। इसी

प्रकार, ∠3 और ∠6, ∠4 तथा ∠7 की समानता की जाँच कीजिए। कोणों के ये युग्म संगत कोण हैं।

2. ∠4 के कट आउट को लीजिए और ∠5 पर रखिए तथा देखिए कि क्या ∠4 = ∠5 है। इसी प्रकार जाँच कीजिए कि ∠3 = ∠8 है। ये युग्म एकांतर अंत: कोण हैं।

3. ∠3 और ∠5 के कट आउटों को आकृति 3 में दर्शाए अनुसार, एक दूसरे के आसन्न रखिए।

4. एक रूलर (पटरी) की सहायता से यह जाँच कीजिए कि इन कोणों की उभयनिष्ठ भुजाएँ एक ही रेखा में हैं और इसीलिए ये कोण संपूरक हैं। इसी प्रकार ∠4 और ∠8 की जाँच कीजिए। ये तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोणों के युग्म हैं।

आकृति 3

प्रेक्षण

क्रम संख्या	कोण	प्रकार	क्या ये बराबर/ संपूरक हैं?	निष्कर्ष
1.	∠1 और ∠8	संगत कोण	बराबर	संगत कोण
	∠4 और ∠7		——	बराबर होते हैं।
	∠2 और ∠5		——	
	∠3 और ∠6		——	
2.	∠4 और ∠5	——	——	
	∠3 और ∠8	——	——	
3.	∠4 और ∠8	——	——	
	∠3 और ∠5	——	——	

अनुप्रयोग

1. इस क्रियाकलाप का उपयोग यह सत्यापित करने में भी किया जा सकता है कि शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

2. ये परिणाम अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में प्रयोग किए जा सकते हैं।

क्रियाकलाप 65

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।

आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज़/ड्रॉइंगशीट, रंग, गोंद, कैंची, कार्डबोर्ड, ज्यामिति बॉक्स।

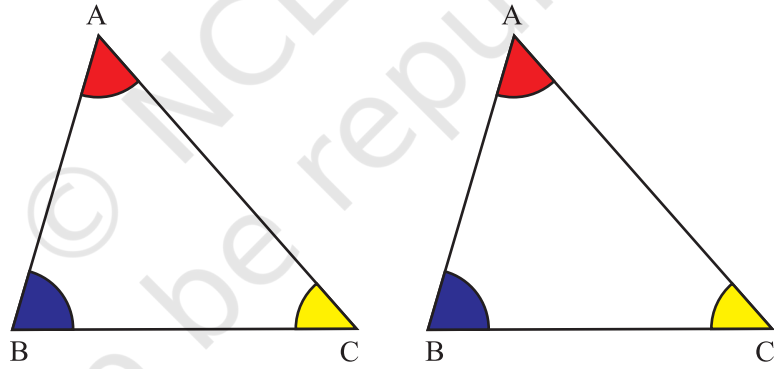
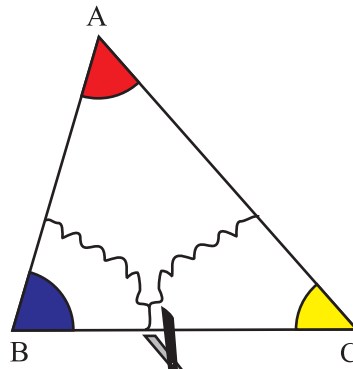
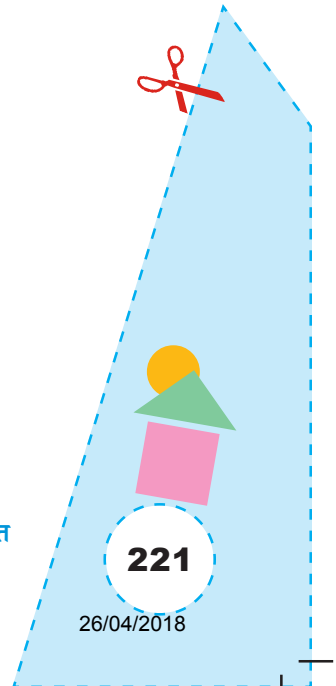
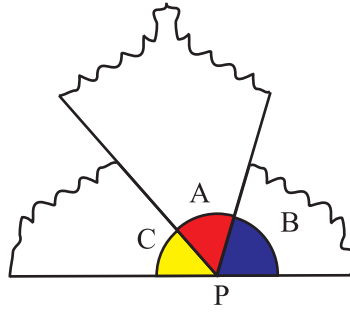
रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक रंगीन कागज़/ड्रॉइंग शीट चिपकाइए।

2. कागज़ का प्रयोग करते हुए, दो सर्वसम त्रिभुज ABC काट लीजिए।

आकृति 1

3. आकृति 1 में दर्शाए अनुसार, कोणों को रंग दीजिए।

4. आकृति 2 में दर्शाए अनुसार, एक त्रिभुज के कोणों को काट लीजिए।

आकृति 2

5. अब, इन तीनों कट आउटों को कार्डबोर्ड पर एक सार्व बिंदु P पर एक दूसरे के आसन्न इस प्रकार रखिए कि इनके शीर्ष बिंदु P पर रहें (आकृति 3)।

आकृति 3

प्रदर्शन

कोणों A, B और C के कट आउटों को बिंदु P पर एक दूसरे के आसन्न रखने पर, ∠A और ∠C एक ऋजु कोण बनाते हैं। अर्थात्, ∠A, ∠B और ∠C एक ऋजु कोण बनाते हैं।

अतः ∠A + ∠B + ∠C = 180° हैं।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

∠A की माप = ________

∠B की माप = ________

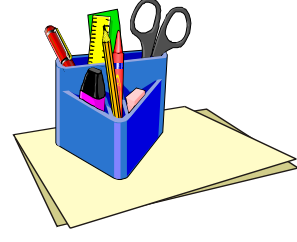
∠C की माप = ________

∠A + ∠B + ∠C = ________

इस प्रकार, त्रिभुज के तीनों कोणों का योग ________ है।

अनुप्रयोग

यह परिणाम अनेक ज्यामितीय समस्याओं को हल करने में प्रयोग होता है, जैसे कि एक चतुर्भुज, पंचभुज, इत्यादि सभी बहुभुजों के कोणों के योग को ज्ञात करना।

क्रियाकलाप 66

उद्देश्य

एक समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

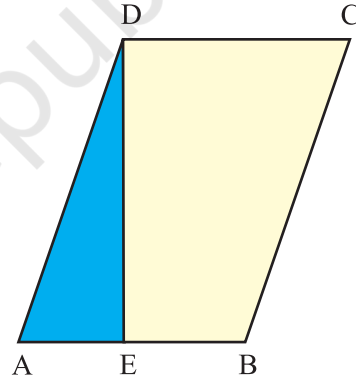
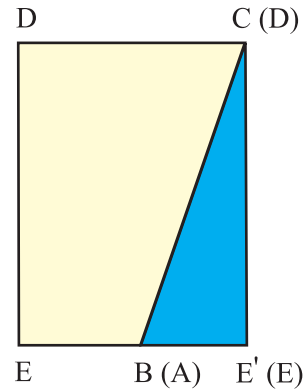
रंगीन कागज़, गोंद, कैंची, ड्रॉइंग शीट, पेन/पेंसिल, रूलर।

रचना की विधि

1. एक रंगीन कागज़ लीजिए और कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक समांतर चतुर्भुज बनाइए या कागज़ पर एक समांतर चतुर्भुज खींचिए।

2. इस समांतर चतुर्भुज का नाम ABCD रखिए तथा इसे काट कर एक ड्रॉइंग शीट पर चिपकाइए। कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा D से होकर, DE ⊥ AB खींचिए।

4. Δ ADE को काट लीजिए और इसे समांतर चतुर्भुज के दूसरी ओर इस प्रकार रखिए कि DA भुजा CB के आसन्न रहे, जैसा आकृति 2 में दर्शाया गया है।

D C
A E B

आकृति 1

प्रदर्शन

1. आयत DEE′C की चौड़ाई समांतर चतुर्भुज ABCD की ऊँचाई है।

2. आयत DEE′C की लंबाई समांतर चतुर्भुज ABCD का आधार है।

3. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = आयत DEE′C का क्षेत्रफल

आकृति 2

= लंबाई × चौड़ाई

= समांतर चतुर्भुज का आधार × उसकी ऊँचाई

= $b \times h$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

आयत की लंबाई = ________

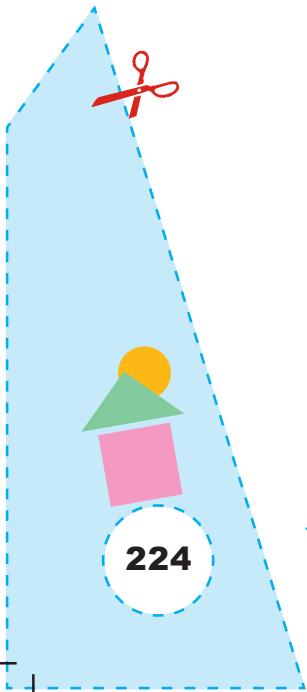
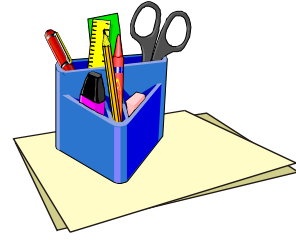
आयत की चौड़ाई = ________

आयत का क्षेत्रफल = ________

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = ________ × ________

अनुप्रयोग

यह परिणाम त्रिभुज के क्षेत्रफल के लिए सूत्र स्पष्ट करने में उपयोगी रहता है।

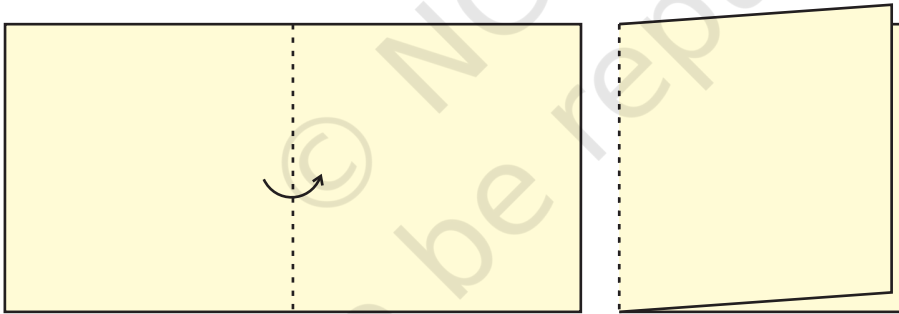
क्रियाकलाप 67

उद्देश्य

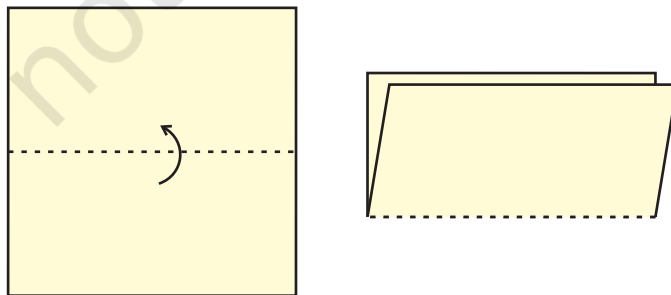
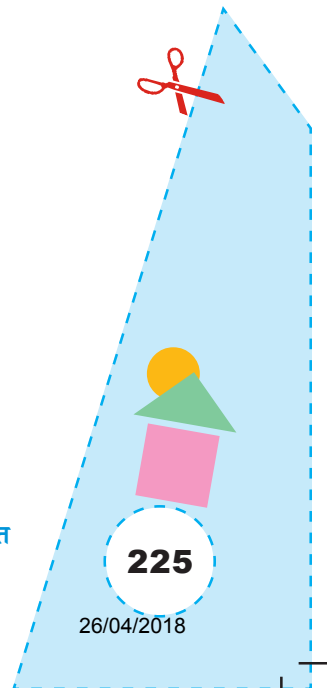
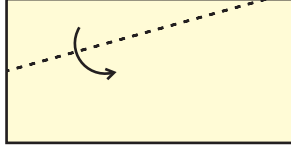
कागज़ मोड़कर और काटकर एक समचतुर्भुज बनाना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, पेन/पेंसिल, रंगीन कागज़, कैंची, गोंद, ज्यामिति बॉक्स।

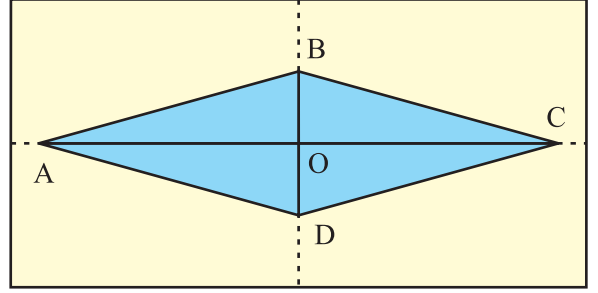
रचना की विधि

1. एक आयताकार रंगीन कागज़ लीजिए तथा इसे इस प्रकार मोड़िए कि इसका एक भाग अन्य भाग को ठीक-ठीक ढँक ले, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

2. इसे पुनः आकृति 2 में दर्शाए अनुसार मोड़िए।

आकृति 2

3. इसे पुनः आकृति 3 में दर्शाए अनुसार मोड़िए।

आकृति 3

आकृति 4

4. कागज़ को खोल लीजिए तथा आकृति 4 में दर्शाए अनुसार मोड़ के निशानों को पेंसिल से अंकित कीजिए और आकृति में ही दर्शाए अनुसार नामांकित कीजिए।

5. अब आकृति ABCD को काटकर एक कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

प्रदर्शन

1. AB = BC = CD = DA क्योंकि ये कागज़ मोड़ने से प्राप्त हुए हैं।
2. $\angle AOD = \angle COD = 90°$, अतः $AC \perp BD$

अतः ABCD एक समचतुर्भुज है।

प्रेक्षण

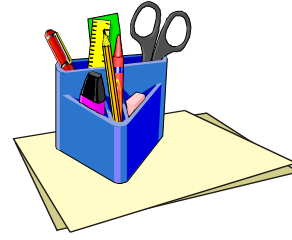
वास्तविक मापन द्वारा–

OC	= _____	OA	= _____
OD	= _____	OB	= _____
∠DOC	= _____	∠DOA	= _____
∠BOC	= _____	∠BOA	= _____
AB	= _____	BC	= _____
CD	= _____	DA	= _____

AB और CD एक दूसरे के __________ द्विभाजक है।

ABCD एक __________ हैं।

अनुप्रयोग

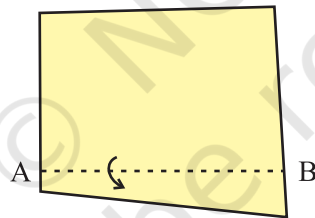
यह क्रियाकलाप एक समचतुर्भुज की आकृति को समझने तथा इसके गुण को समझाने के लिए किया जा सकता है।

उद्देश्य

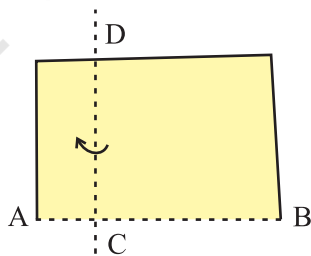
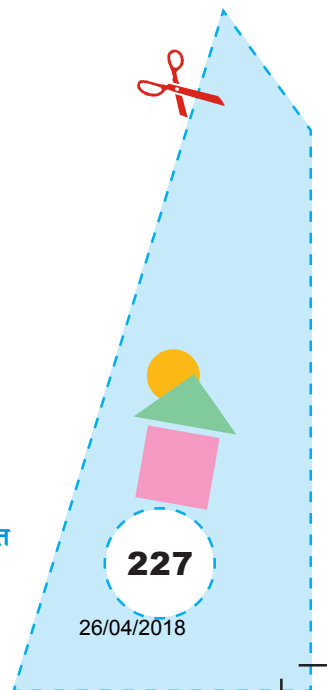
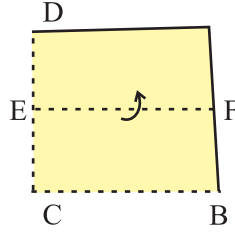
कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक आयत बनाना।

आवश्यक सामग्री

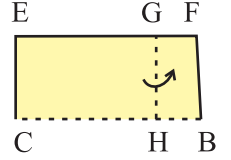
कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़, पेंसिल, पेन, गोंद, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. कागज़ की एक शीट लीजिए तथा इसे मोड़कर एक मोड़ का निशान प्राप्त कीजिए। इस मोड़ के निशान को AB से नामांकित कीजिए, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

2. कागज़ मोड़कर AB पर लंब CD बनाइए जैसा आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

3. कागज़ मोड़कर EF⊥CD बनाइए (आकृति 3)।

आकृति 3

4. कागज़ मोड़कर GH ⊥ EF बनाइए (आकृति 4)।

5. आकार ECHG को काटकर निकालकर कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 4

प्रदर्शन

1. CH ⊥ EC क्योंकि AB ⊥ CD
2. EG ⊥ CE क्योंकि EF ⊥ CD
3. GH ⊥ EG क्योंकि GH ⊥ EF
4. अत:, ECHG एक आयत है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

EG = _____ ; CH = _____

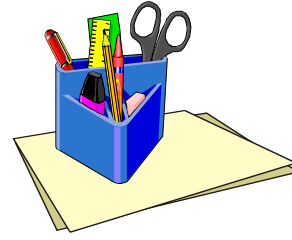
EC = _____ ; GH = _____

∠ECH = _____ , ∠CHG = _____ , ∠HGE = _____ , ∠GEC = _____

अत:, ECHG एक _____ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का प्रयोग एक आयत के गुणों को समझने में किया जा सकता है।

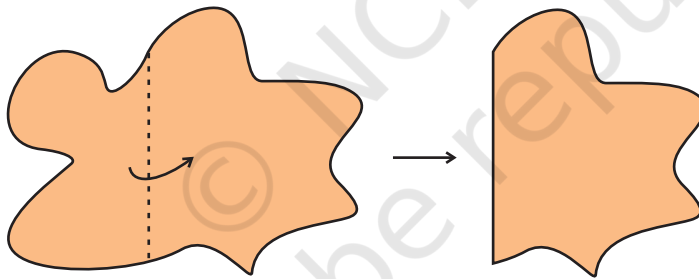
इस क्रियाकलाप का प्रयोग वर्ग को बनाने में किया जा सकता है।

उद्देश्य

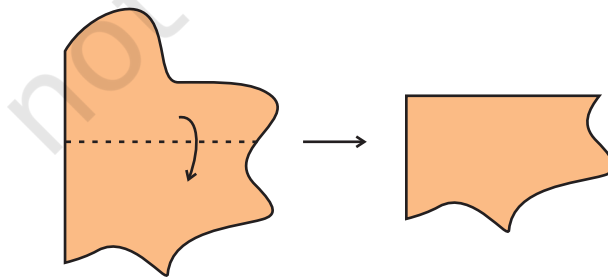
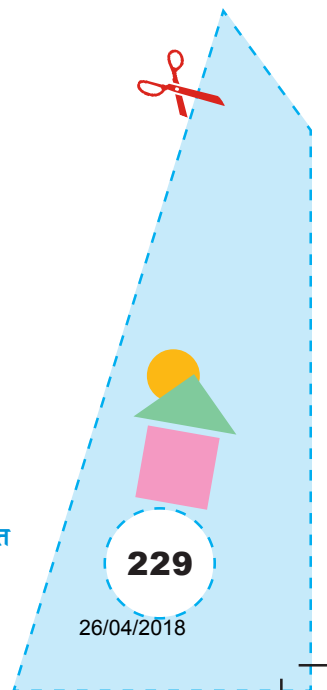
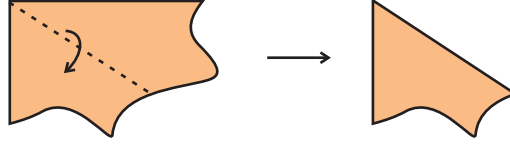
कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक वर्ग बनाना।

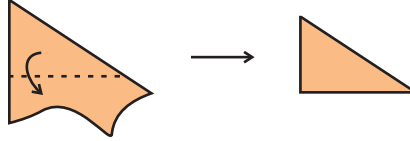
आवश्यक सामग्री

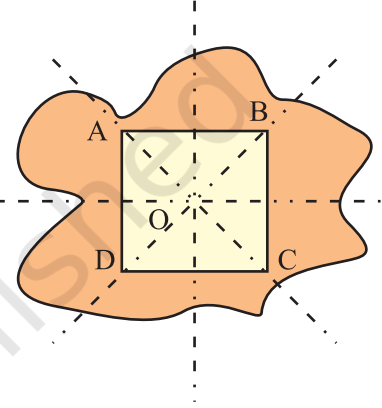
कार्डबोर्ड, मोटा कागज़, पेन/पेंसिल, गोंद, कलर।

रचना की विधि

1. मोटे कागज़ की एक शीट लीजिए और उसे आकृति 1 में दर्शाए अनुसार मोड़िए।

आकृति 1

2. इसे पुनः आकृति 2 में दर्शाए अनुसार मोड़िए।

आकृति 2

3. इसे पुनः आकृति 3 के अनुसार मोड़िए।

आकृति 3

4. इसे पुनः आकृति 4 के अनुसार मोड़िए।

आकृति 4

5. कागज़ को खोलिए और आकृति 5 में दर्शाए अनुसार मोड़ के निशान बनाइए।
6. इस आधार को ABCD से नामांकित कीजिए तथा विकर्णों AC और BD के प्रतिच्छेद बिंदु को O कहिए।
7. आकार ABCD को काटकर निकाल लीजिए तथा एक कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 5

प्रदर्शन

1. आकृति 5 से DO = OB = OC = OA
2. DB = AC
3. AB = BC = CD = DA
4. ABCD एक वर्ग है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

DB = _____ ; AC = _____

AB = _____ ; BC = _____

DC = _____ ; AD = _____

ABCD एक _____ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का प्रयोग एक वर्ग के गुणों को समझने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 70

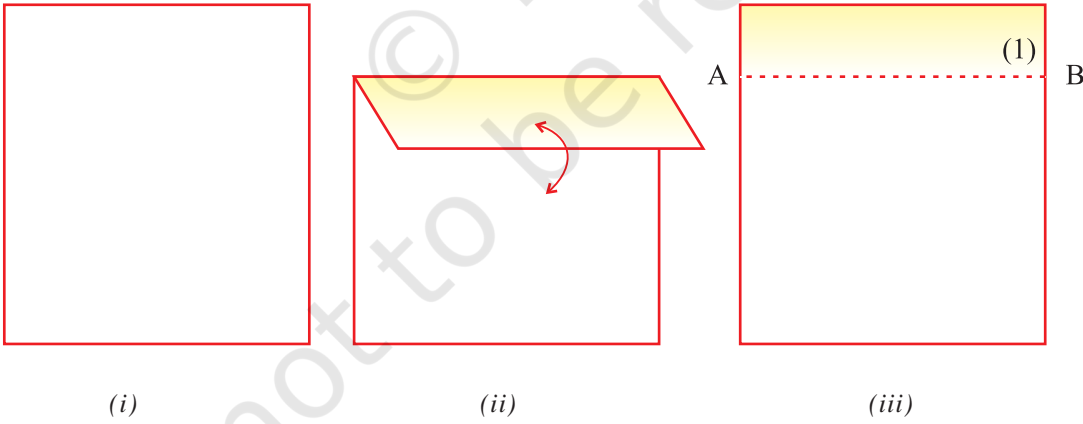
उद्देश्य

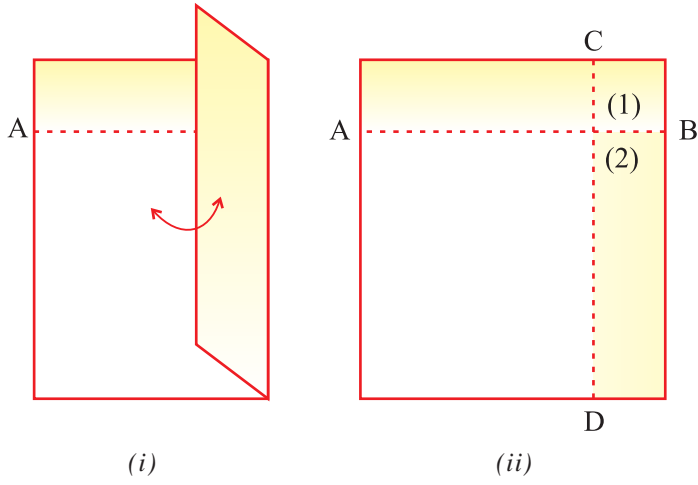
कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक समांतर चतुर्भुज प्राप्त करना।

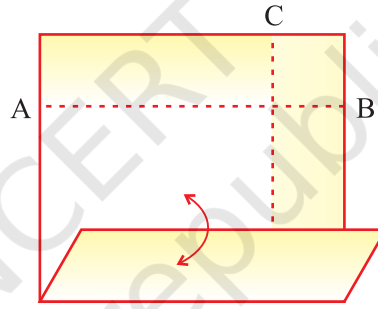
आवश्यक सामग्री

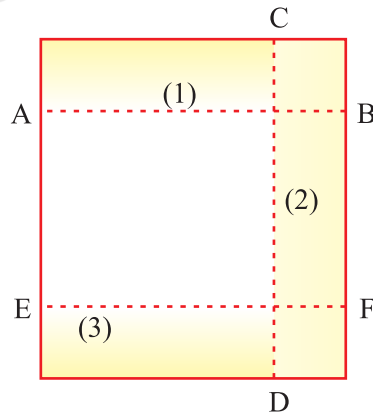
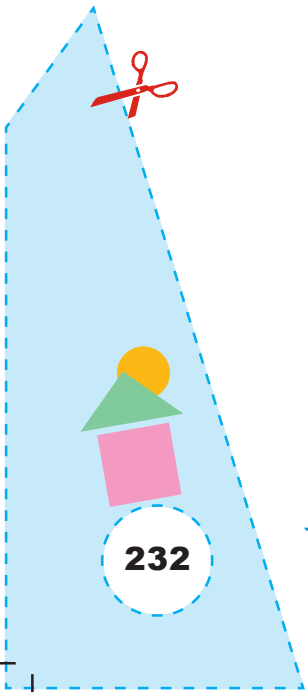
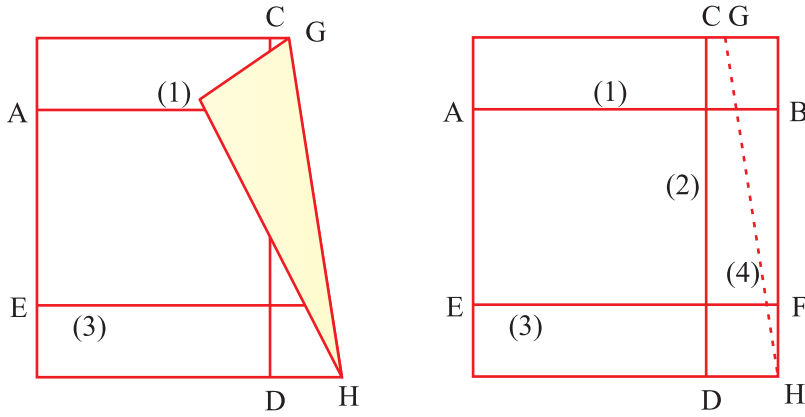
आयताकार कागज़ की शीट, रंगीन पेन।

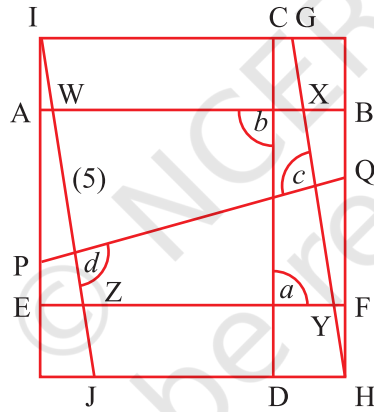
रचना की विधि

1. एक आयताकार कागज़ की शीट लीजिए।
2. इसे इसकी चौड़ाई के समांतर सुविधाजनक अंतर पर मोड़िए तथा मोड़ का निशान बनाइए (आकृति 1)।

आकृति 1

3. इस मोड़ (1) के किसी बिंदु से इस मोड़ को लंब मोड़ (2) बनाइए, जैसा आकृति (2) में दर्शाया गया है। इसे CD कहें।

आकृति 2

4. मोड़ (2) के किसी बिंदु से इस मोड़ को लंब तीसरा लंब बनाइए तथा इसे मोड़ (3) कहिए (आकृति 3)। इसे EF कहें।

आकृति 3

5. मोड़ (1) एवं (3) को पेन से दर्शाएं (आकृति 4)।

आकृति 4

6. आकृति 5 में दर्शाए अनुसार मोड़ (1) और (3) को काटते हुए कागज़ को मोड़िए।

आकृति 5

7. चरण 2 से 5 तक समझाए गए समांतर रेखाओं को बनाने की प्रक्रिया को अपनाते हुए, मोड़ (4) के समांतर एक मोड़ बनाइए तथा इसे मोड़ (5) कहिए (आकृति 6)।

आकृति 6

प्रदर्शन

आकृति 6 में, CD ⊥ AB

EF ⊥ CD

अत:

AB || EF

PQ ⊥ GH

IJ ⊥ PQ

अतः,

GH || IJ

इसीलिए WXYZ एक समांतर चतुर्भुज है।

प्रेक्षण

$\angle a$ = ________

इसीलिए, CD ⊥ ________

$\angle b$ = ________

इसीलिए, EF ⊥ ________

अतः,

AB ________ EF

$\angle c$ = ________

इसीलिए, PQ ⊥ ________

$\angle d$ = ________

इसीलिए, I J ⊥ ________

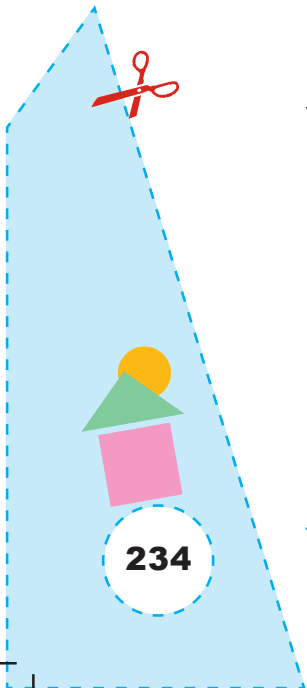
अतः,

GH ________ I J

यह दर्शाता है कि WXYZ एक ________ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप द्वारा एक आयत बनाया जा सकता है।

क्रियाकलाप 71

उद्देश्य

वृत्तों का प्रयोग करते हुए, समबहुभुज खींचना।

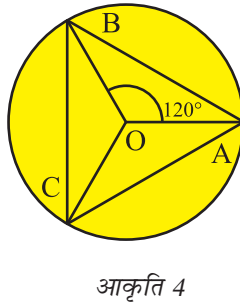
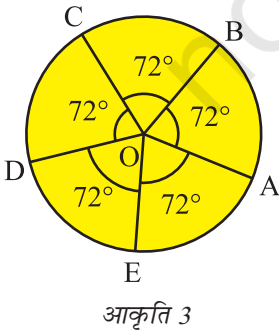
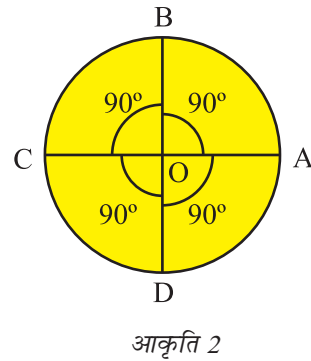
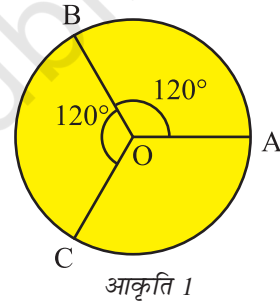
आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज़, कैंची, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. एक रंगीन कागज़ पर, समान त्रिज्याओं के तीन वृत्त खींचिए।
2. एक वृत्त को लीजिए तथा उसके केंद्र पर तीन कोण ऐसे बनाइए कि प्रत्येक की माप 120° $(=\frac{360^\circ}{3})$ हो, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।
3. दूसरा वृत्त लीजिए तथा उसके केंद्र पर चार कोण ऐसे बनाइए कि प्रत्येक की माप 90° $(=\frac{360^\circ}{4})$ हो, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।
4. तीसरा वृत्त लीजिए तथा उसके केंद्र पर पाँच कोण ऐसे बनाइए कि प्रत्येक की माप 72° $(=\frac{360^\circ}{5})$ हो, जैसा कि आकृति 3 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

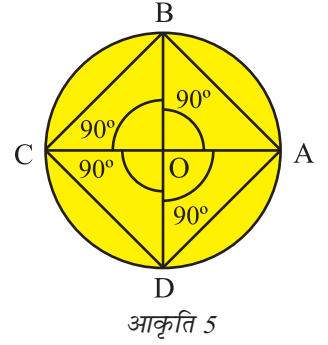
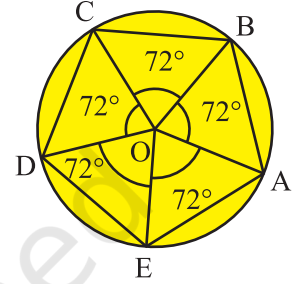
आकृति 2

आकृति 3

आकृति 4

प्रदर्शन

आकृति 5

आकृति 6

1. आकृति 1 में, AB, BC और CA को मिलाइए, जैसा कि आकृति 4 में दर्शाया गया है। ABC तीन भुजाओं का एक समबहुभुज (एक समबाहु त्रिभुज) है।
2. आकृति 2 में, AB, BC, CD और DA को मिलाइए, जैसा कि आकृति 5 में दर्शाया गया है। ABCD चार भुजाओं का एक समबहुभुज (वर्ग) है।
3. आकृति 3 में, AB, BC, CD, DE और AE को मिलाइए, जैसा कि आकृति 6 में दर्शाया गया है। ABCDE पाँच भुजाओं का एक समबहुभुज है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

क्रम संख्या	भुजाओं का नाम	भुजाओं की लंबाई (cm)
आकृति 4	समबहुभुज Δ	__
	AB = ____, ∠A = ____	__
	BC = ____, ∠B = ____	__
	AC = ____, ∠C = ____	__
आकृति 5	AB = ____, ∠A = ____	__
	BC = ____, ∠B = ____	__
	CD = ____, ∠C = ____	__
	AD = ____, ∠D = ____	__
आकृति 6	AB = ____, ∠A = ____	__
	BC = ____, ∠B = ____	__
	CD = ____, ∠C = ____	__
	DE = ____, ∠D = ____	__
	AE = ____, ∠E = ____	__

आकृति 4 में, तीनों भुजाएँ ______ हैं तथा तीनों कोण ______ हैं।

अत:, ABC _____ भुजाओं का एक समबहुभुज है।

आकृति 5 में, सभी चारों भुजाएँ ______ हैं तथा सभी चारों कोण ______ हैं।

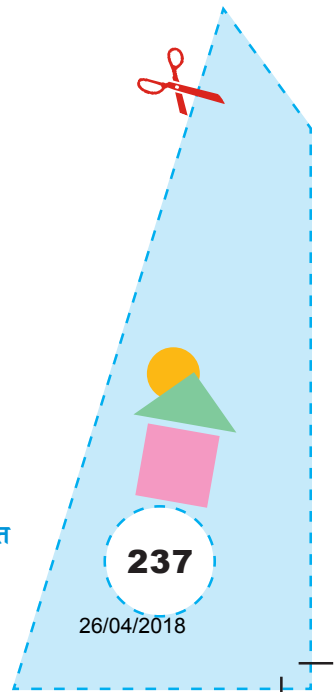
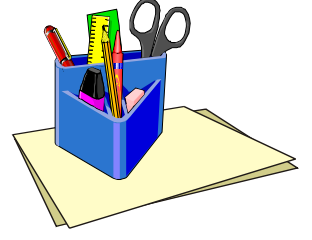
अत:, ABCD _____ भुजाओं का एक समबहुभुज है।

आकृति 6 में, सभी पाँचों भुजाएँ _____ हैं तथा सभी पाँचों कोण _____ हैं।

अत:, ABCDE _____ भुजाओं का एक सम बहुभुज है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप एक समबहुभुज का अर्थ तथा उसके बनाने की विधि स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है।

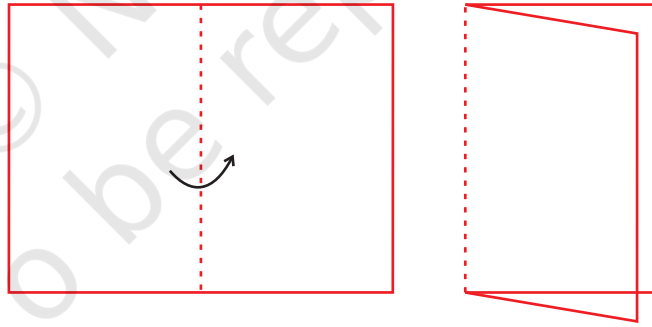
क्रियाकलाप 72

उद्देश्य

कागज़ मोड़कर और काटकर एक पतंग बनाना।

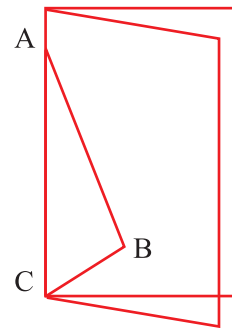
आवश्यक सामग्री

मोटा कागज़, कार्डबोर्ड, पेन/पेंसिल, रूलर, कैंची, गोंद।

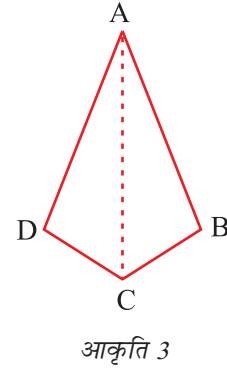
रचना की विधि

1. एक आयतकार मोटा कागज़ लीजिए।
2. इसे आकृति 1 में दर्शाए अनुसार एक बार मोड़िए।

आकृति 1

3. आकृति 2 में दर्शाए अनुसार भिन्न-भिन्न लंबाइयों के दो रेखाखंड खींचिए।

A
B
C

आकृति 2

4. AB और BC के अनुदिश काटकर कागज़ को खोलिए और एक आकार प्राप्त कीजिए, जैसा आकृति 3 में दर्शाया गया है। इस कट आउट को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. AB, AD के बराबर है, क्योंकि AB, AD को आकृति 2 में ठीक-ठीक ढक लेता है।
2. BC, DC के बराबर है, क्योंकि BC, DC को आकृति 2 में ठीक-ठीक ढक लेता है।
3. अत:, ABCD एक पतंग है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

AB = _____ AD = _____

BC = _____ DC = _____

माप $\angle$DAC = _______

$\angle$BAC = _______

$\angle$DCA = _______, $\angle$BCA = _______

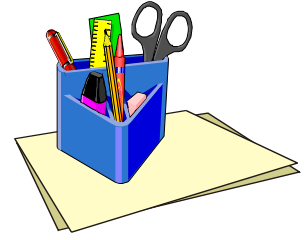
$\angle$DAC = $\angle$ _______

$\angle$DCA = $\angle$ _______

इस प्रकार, ABCD एक _______ है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप एक पतंग के आकार को समझने में तथा इसके गुणों को स्पष्ट करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 73

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, रंगीन चिकना कागज़, रंग, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, ड्रॉइंग शीट, कैंची, ट्रेसिंग पेपर, गोंद।

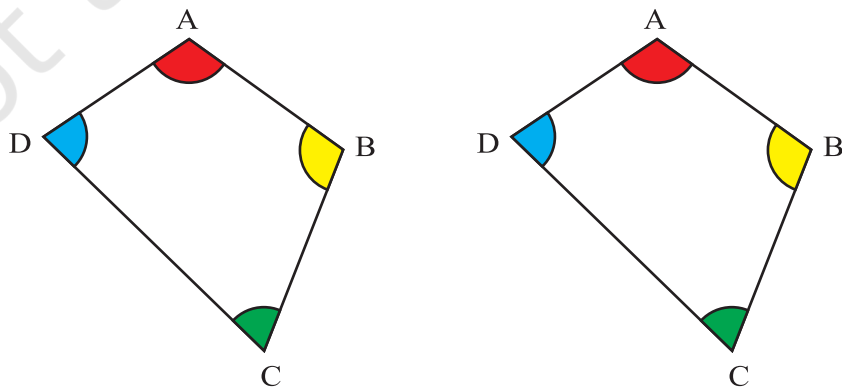
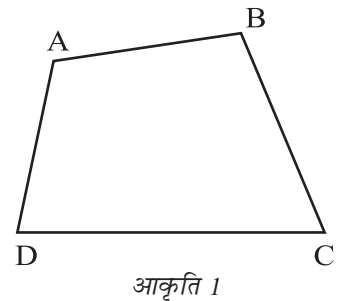
रचना की विधि

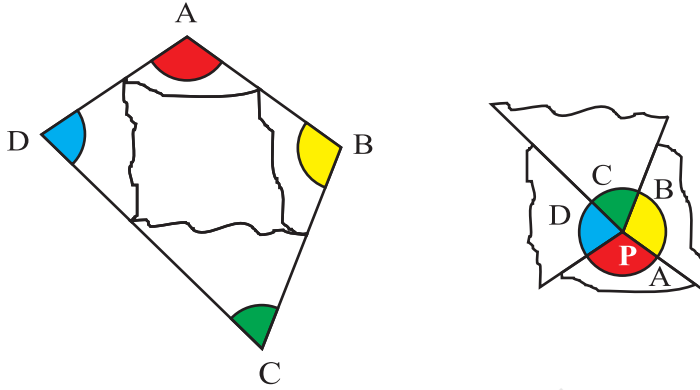
1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए तथा उस पर एक हल्के रंग का चिकना कागज़ लगाइए।
2. एक ड्रॉइंग शीट लीजिए और उस पर एक चतुर्भुज खींचिए।
3. इसे काटकर निकाल लीजिए तथा कार्डबोर्ड पर चिपकाइए। इसे ABCD से नामांकित कीजिए (आकृति 1)। चतुर्भुज ABCD की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए।

A B D C

आकृति 1

4. दोनों चतुर्भुज के चारों कोणों को भिन्न रंगों से रंगिये। (आकृति 2)

आकृति 2

5. ट्रेस प्रतिलिपि में से, कोणों A, B, C और D को काट लीजिए तथा उन्हें कार्डबोर्ड पर एक बिंदु P पर इस प्रकार व्यवस्थित कीजिए कि दो क्रमागत कोणों के बीच में कोई रिक्तता न रहे, जैसा कि आकृति 3 में दर्शाया गया है।

प्रदर्शन

आकृति 3

1. चारों कोण A, B, C और D बिंदु P पर एक संपूर्ण कोण बनाते हैं।
2. एक बिंदु पर बने कोणों का योग 360° होता है।

   अत:, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

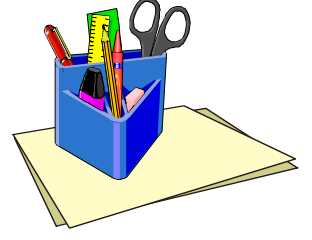
प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

कोण	**माप**
$\angle A$	____
$\angle B$	____
$\angle C$	____
$\angle D$	____
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$	____

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 74

उद्देश्य

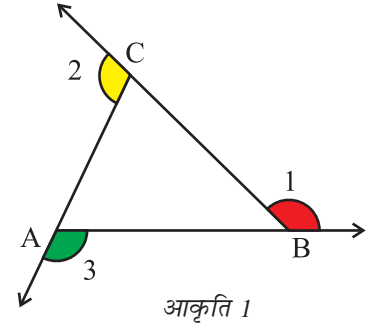
यह सत्यापित करना कि एक त्रिभुज और एक चतुर्भुज की भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाने पर प्राप्त बहिष्कोणों का योग 360° या चार समकोण होता है।

आवश्यक सामग्री

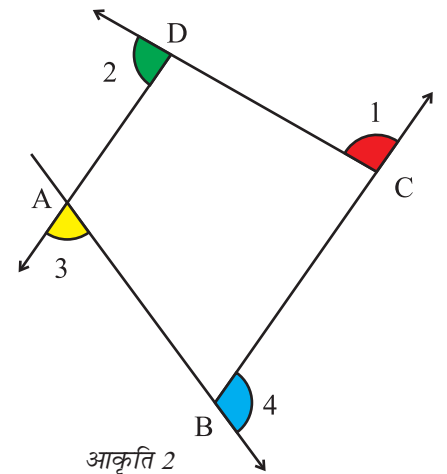
कार्डबोर्ड, सफ़ेद ड्रॉइंग शीट, रंग, पेंसिल, ज्यामिति बॉक्स, कैंची, ट्रेसिंग पेपर, चिकना कागज़।

रचना की विधि

(A) त्रिभुज

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक चिकना कागज़ चिपकाइए।
2. एक ड्रॉइंगशीट पर एक त्रिभुज ABC खींचिए तथा उसकी भुजाओं को आकृति 1 में दर्शाए अनुसार, एक ही क्रम में बढ़ाइए।
3. इन बहिष्कोणों को $\angle 1$, $\angle 2$ और $\angle 3$ से नामांकित कीजिए तथा इन्हें आकृति 1 में दर्शाए अनुसार रंग दीजिए।
4. उपरोक्त आकृति की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए तथा इसके बहिष्कोणों में आकृति 1 के अनुसार ही रंग भरिए।
5. इसमें से बहिष्कोणों को काट लीजिए।

आकृति 1

(B) चतुर्भुज

1. एक ड्रॉइंग शीट पर एक चतुर्भुज ABCD खींचिए तथा इसकी भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाइए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

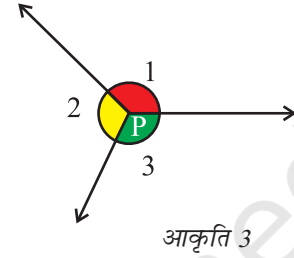
2. इन बहिष्कोणों को $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ और $\angle 4$ से नामांकित कीजिए तथा इन्हें आकृति में दर्शाए अनुसार रंग भरिए।
3. उपरोक्त आकृति की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए तथा बहिष्कोणों में वही रंग भरिए जो आकृति 2 में भरे थे।
4. इसमें बहिष्कोणों को काट लीजिए।

प्रदर्शन

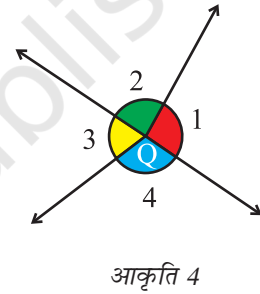
(A)

1. आकृति 1 के बहिष्कोणों के कट आउटों को बिंदु P पर एक दूसरे के सन्निकट इस प्रकार रखिए कि दो क्रमागत कोणों के बीच कोई रिक्तता ना रहे। (आकृति 3)

आकृति 3

(B)

2. आकृति 2 के बहिष्कोणों के कट आउटों को बिंदु Q पर एक दूसरे के सन्निकट इस प्रकार रखिए कि दो क्रमागत कोणों के बीच कोई रिक्तता ना रहे। (आकृति 4)

आकृति 4

3. आकृति 3 तथा आकृति 4 के बहिष्कोण बिंदु P एवं Q पर क्रमशः संपूर्ण कोण बनाते हैं।
4. किसी बिंदु पर कोणों का योग 360° होता है।

   अतः, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360°$ (A) के लिए

   और $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360°$ (B) के लिए

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

(A) त्रिभुज

कोण	मापन
$\angle 1$	___
$\angle 2$	___
$\angle 3$	___
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$	___

(B) चतुर्भुज

कोण	मापन
$\angle 1$	___
$\angle 2$	___
$\angle 3$	___
$\angle 4$	___
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$	___

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग एक पंचभुज, एक षड्भुज या व्यापक रूप में एक बहुभुज की भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाने पर बने बहिष्कोणों का योग ज्ञात करने में किया जा सकता है।